22.20 a) $f(x) = \ln(\underbrace{\ln \underbrace{x}_{>0}}_{>0})$

$1^\circ \quad x > 0$

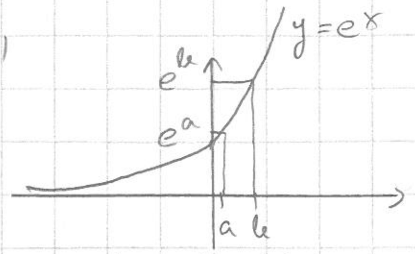
$2^\circ \quad \ln x > 0 \quad | e^{(\,)} \quad (*)$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} > e^0$

$\Leftrightarrow x > 1$

1° ja $2^\circ \Rightarrow \underline{x > 1}$

(*)



$a < b \quad | e^{(\,)}$

$\Leftrightarrow e^a < e^b$

e^x aidosti kasvava

→ järjestys säilyy

$f'(x) = \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = \underline{\frac{1}{x \ln x}, \; x > 1}$

molemmat muuttujina

Esim. $D\, x^x = D\, e^{\ln x^x} = D\, e^{x \ln x}$

$= e^{x \ln x} \cdot \left(1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}\right)$

$= e^{\ln x^x} (\ln x + 1)$

$= \underline{x^x (\ln x + 1)}$

kantaluku muuttuja

eksponentti vakio

$D\, x^5 = 5x^4$ potenssifunktio

$D\, 5^x = 5^x \ln 5$ eksponentti- -||-

eksponentti muuttuja

kantaluku vakio

$$\boxed{\begin{aligned} D\, e^x &= e^x \\ D\, e^{f(x)} &= e^{f(x)} \cdot f'(x) \end{aligned}}$$

23. Eksponentti- ja logaritmifunktion ääriarvot

23.2 $f(x) = \ln x - 2x$

f jatk. ja deriv. kun $x > 0$

$f'(x) = \frac{1}{x} - 2 = 0 \quad | \cdot x$

$\Leftrightarrow 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \quad | : 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

	0		$\frac{1}{2}$	
f'		+		−
f		↗	max	↘

$f'(\tfrac{1}{4}) = \frac{1}{\frac{1}{4}} - 2 = 4 - 2 = 2 > 0$

$f'(1) = \frac{1}{1} - 2 = 1 - 2 = -1 < 0$

maksimiarvo: $f(\tfrac{1}{2}) = \ln \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} = \underbrace{\ln 1}_{=0} - \ln 2 - 1 = \underline{-\ln 2 - 1}$

$(\approx -1{,}69)$

23.6 $f(x) = x \cdot e^x$

f jatk. ja deriv. $\mathbb{R}$:ssä

$f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x = 0$

$\Leftrightarrow e^x (1 + x) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{e^x}_{>0} = 0$ tai $1 + x = 0 \Leftrightarrow x = -1$

		-1	
f'	−		+
f	↘		↗

$f'(-2) \approx -0{,}14 < 0 \qquad f'(0) = 1 > 0$

f vähenevä väl. $]-\infty, -1]$