

$\Rightarrow f$ on aidosti kasvava $\mathbb{R} : \mathbb{R}^+$

18.15 $\cos 2x = 3x \Leftrightarrow \underbrace{\cos 2x - 3x}_{=f(x)} = 0$, f jatk. j. derivo. $\mathbb{R} : \mathbb{R}^+$

$f'(x) = \underbrace{-\sin 2x}_{-1 \leq \sin \leq 1} \cdot 2 - 3 \leq -(-1) \cdot 2 - 3 = 2 - 3 = -1$

$\Rightarrow f$ aidosti vähenevä $\mathbb{R} : \mathbb{R}^+$

$\Rightarrow f$:llä on korkeintaan 1 0-ratk. (1)

$f(0) = \cos 0 - 3 \cdot 0 = 1 - 0 = 1 > 0$

$f(\pi) = \cos 2\pi - 3\pi = 1 - 3\pi < 0$

f jatkuu $\mathbb{R} : \mathbb{R}^+$

$\Rightarrow f$:llä on ainakin 1 0-ratk. (2)

(1) ja (2) $\Rightarrow f$:llä on täsmälleen 1 0-ratk.

\Rightarrow ylläolevalla -1 - ratkain \Rightarrow väite

19. Sinin ja kosinin ääriarvot

Esim. Määritä funktion f suurin ja pienin arvo kun a) $f(x) = 2 + 3 \sin 2x$,
b) $f(x) = \cos^2 x + \cos x - 1$, c) $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$.

Ratk. a) $f(x) = 2 + 3 \sin 2x$
 $-1 \leq \sin \leq 1$

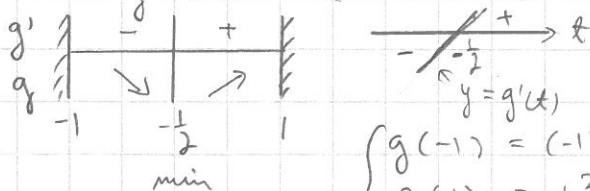
suurin arvo: $2 + 3 \cdot 1 = 5$
pienin $-1 - 1 = 2 + 3 \cdot (-1) = -1$

b) $f(x) = \cos^2 x + \cos x - 1$
 $= (\cos x)^2 + \cos x - 1$

suurin arvo: $1^2 + 1 - 1 = 1$
pienintä arvoa ei näe suoraan
 $(\cos x)^2$ on pienin kun $\cos x = 0$
 $\cos x = -1$ — $\cos x = -1$

esm. $t = \cos x$: $g(t) = t^2 + t - 1$, $t \in [-1, 1]$
ajomurteisuus f :llä ja g :llä on samat arvojoukot
 g jatk. j. derivo. välillä $[-1, 1]$

$g'(t) = 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$



$\begin{cases} g(-1) = (-1)^2 - 1 - 1 = 1 - 1 - 1 = -1 \\ g(1) = 1^2 + 1 - 1 = 1 \\ g(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1-2-4}{4} = -\frac{5}{4} \end{cases}$

\Rightarrow suurin arvo: 1, pienin arvo: $-\frac{5}{4}$