

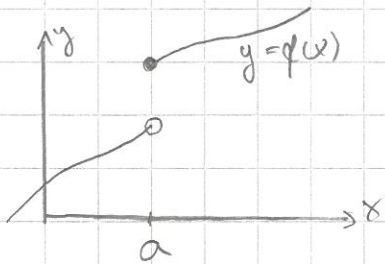
Määri. f on derivoituessa kohdassa $a \Leftrightarrow$ tangentti voidaan piirtää ja z_x on olemassa

f on derivoituessa jatkossa $A \Leftrightarrow f$ on derivoituessa kaikilla $x \in A$

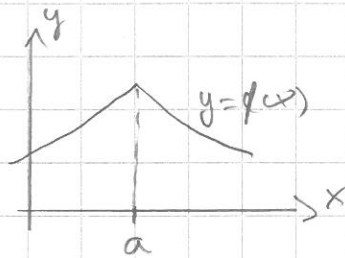
f on kaikilla derivoituessa $(=)$ — — — — — \mathbb{R} :ssä

f on derivoituessa $(=)$ f on derivoituessa koko määrittelyjoukossa

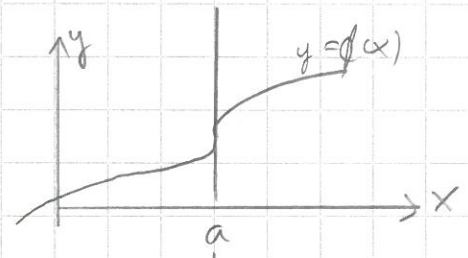
Kuom. f ei ole derivoituessa kohdassa a



f ei ole jatkossa a :ssä

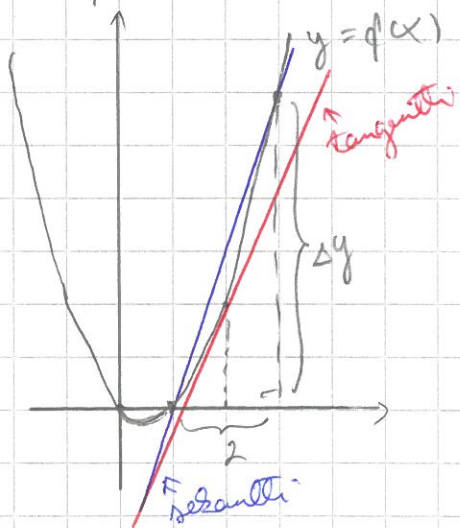


terävä kulma a :ssä



tangentti on y-akselin suuntainen $\Rightarrow z_x$ ei ole olemassa

5.7 $f(x) = x^2 - x$



a) keskimääräinen muutosnopeus välillä $[1, 3]$:

$$z_{\text{ks}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{6 - 0}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$$

b) hetkellinen muutosnopeus = derivaatta kohdassa 2

$$\begin{aligned} z_x = f'(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x) - (2^2 - 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 2+1 = 3 \end{aligned}$$

$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$

5.8 $f(x) = \frac{3}{x}$

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{3}{x} - \frac{3}{-1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{3}{x} + 3}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{3 + 3x}{x}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3 + 3x}{x} \cdot \frac{1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3(1+x)}{x \cdot (x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{x} = \frac{3}{-1} = -3 \end{aligned}$$