c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2-2x}$ rajalla (kun $x = 2$) tilanne : $\dfrac{2^2-4}{2^2-2\cdot 2} = \dfrac{0}{0}$

tosi lähellä 0:aa

äärettömän lähellä 0:aa

Saadaan epämääräinen muoto $\frac{0}{0}$

$\Rightarrow$ ei voida päätellä mitään raja-arvosta

Sievennetään lauseketta :

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4^{\leftarrow 2^2}}{x^2-2x} = \lim_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{x\cancel{(x-2)}} = \lim_{x \to 2} \frac{x+2}{x} = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = \underline{2}$$

Yleisesti 1° Raja-arvon $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ olemassaolo kun $g(a) = 0$

i) $f(a) = 0$ (rajalla tilanne : $\frac{0}{0}$) $\rightarrow$ ei voida päätellä raja-arvon olemassaolosta mitään

ii) $f(a) \neq 0$ (rajalla tilanne : $\frac{b}{0}$, $b \neq 0$) $\rightarrow$ raja-arvoa ei ole olemassa

2° Raja-arvon $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ laskeminen

i) lasketaan $f(a)$ jos mahdollista

ii) jos ei mahdollista (esim. tilanne $\frac{0}{0}$), muutetaan (supistetaan, lavennetaan, ...) $f(x)$ muotoon johon voidaan sijoittaa $x = a$

Esim. a) $$\lim_{x \to -2} \frac{3x^2+12x+12}{6x+12} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \to -2} \frac{\cancel{3}(x^2+4x+4)}{\cancel{6}_2(x+2)} = \lim_{x \to -2} \frac{(x+2)^{\cancel{2}}}{2\cancel{(x+2)}}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{x+2}{2} = \frac{-2+2}{2} = \frac{0}{2} = \underline{0}$$

b) $$\lim_{x \to -3} \frac{x^2+x-6}{x^2+3x} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \to -3} \frac{1\cdot(x-2)\cancel{(x-(-3))}}{x\cancel{(x+3)}} = \lim_{x \to -3} \frac{x-2}{x} = \frac{-3-2}{-3} = \underline{\frac{5}{3}}$$

$$x^2+x-6 = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$$

2.4 a) $$\lim_{x \to 6} \frac{x^2-6x}{6-x} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \to 6} \frac{x(x-6)}{6-x} = \lim_{x \to 6} \frac{x\cancel{(x-6)}}{-\cancel{(x-6)}} = \lim_{x \to 6}(-x) = -6$$