15. Eksponentiaalinen muutos

15.15 v. 2000 alussa: $6{,}13\cdot 10^9$ $\big) \cdot x$

v. 2001 —"— : $x\cdot 6{,}13\cdot 10^9$ $\big) \cdot x$

v. 2002 —"— : $x^2\cdot 6{,}13\cdot 10^9$ $\big) \cdot x$

v. 2003 —"— : $x^3\cdot 6{,}13\cdot 10^9$

$\vdots$

a) v. 2015 —"— : $x^{15}\cdot 6{,}13\cdot 10^9 = 7{,}35\cdot 10^9 \quad | : 6{,}13\cdot 10^9$

$$\Leftrightarrow x^{15} = \frac{7{,}35}{6{,}13} \quad | \sqrt[15]{\ } \quad \Leftrightarrow x = \sqrt[15]{\frac{7{,}35}{6{,}13}} \approx 1{,}01217$$

$\Rightarrow$ kasvu vuodessa keskimäärin: $x - 1 = 0{,}01217 \approx \underline{1{,}22\,\%}$

b) v. 2022 alussa: $x^{22}\cdot 6{,}13\cdot 10^9 = \left(\sqrt[15]{\frac{7{,}35}{6{,}13}}\right)^{22}\cdot 6{,}13\cdot 10^9$

$$\approx 7{,}9997\cdot 10^9 \approx \underline{8{,}00\cdot 10^9}$$

c) v. 2000 + n alussa: $x^n\cdot 6{,}13\cdot 10^9 \geq 10\cdot 10^9 \quad | : 6{,}13\cdot 10^9 > 0$

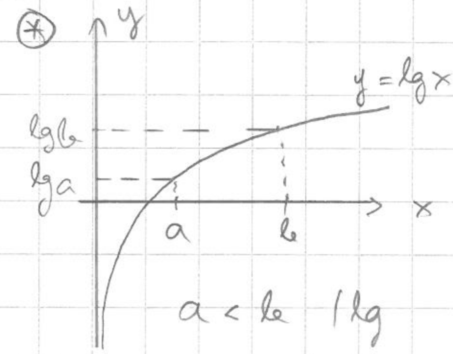
$$\Leftrightarrow x^n \geq \frac{10}{6{,}13} \quad | \lg \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \lg x^n \geq \lg \frac{10}{6{,}13}$$

$$\Leftrightarrow n \lg x \geq \lg \frac{10}{6{,}13} \quad | : \lg x > 0$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\lg \frac{10}{6{,}13}}{\lg \sqrt[15]{\frac{7{,}35}{6{,}13}}} \approx 40{,}4442$$

(*)



$a < b \quad | \lg$

$\Leftrightarrow \lg a < \lg b$

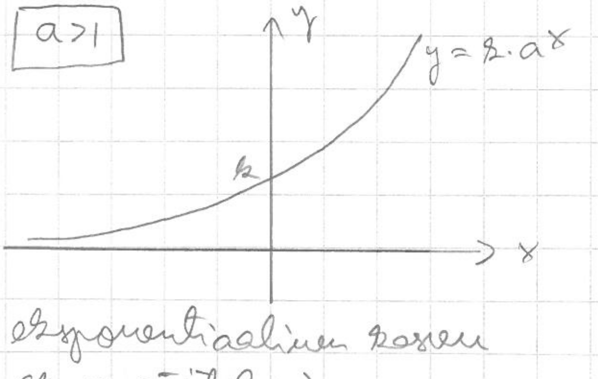
lg x aidosti kasvava funktio → järjestys säilyy

$\Rightarrow$ ylittynyt v. 2000 + 41 = 2041 alussa

$\Rightarrow$ ylittyy v. 2040 aikana

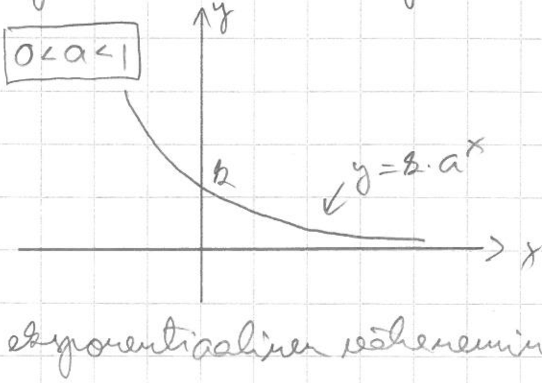
Yleisesti: Suure tulee yhtä suurissa ajanjaksoissa aina yhtä moninkertaiseksi $\Rightarrow$ suure muuttuu eksponentiaalisesti: $y = k\cdot a^x$

$\boxed{a > 1}$



eksponentiaalinen kasvu (kasvuräjähdys)

$\boxed{0 < a < 1}$



eksponentiaalinen väheneminen