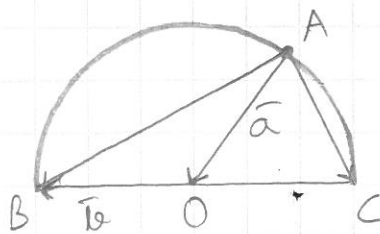


Esim.



$$\overline{AO} = \vec{a}, \quad \overline{OB} = \vec{b}$$

$$\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$$

$$= \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b}$$

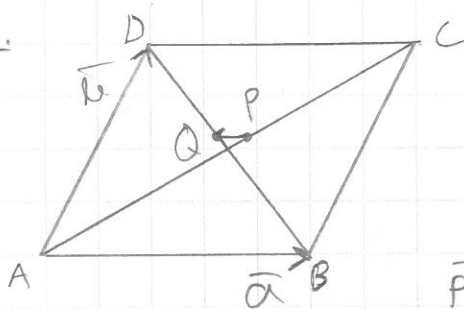
$$= |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$$

$$= r^2 - r^2 = 0 \quad \rightarrow \overline{AB} \perp \overline{AC}$$

Sis: Puolisympyrän kehäkulma on suorakulma.

(MAA3; kehäkulma = puolet samasta keskipisteestä vastakkaisista kehäpisteistä, $90^\circ = \frac{180^\circ}{2}$)

Esim.



P: leikkauspiste AC keskipiste

Q: ——— BD ———

$$\overline{AB} = \vec{a}, \quad \overline{AD} = \vec{b}$$

$$\overline{PQ} = \overline{PA} + \overline{AD} + \overline{DQ}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{CA} + \vec{b} + \frac{1}{2} \overline{DB}$$

$$= \frac{1}{2} (-\vec{b} - \vec{a}) + \vec{b} + \frac{1}{2} (-\vec{b} + \vec{a})$$

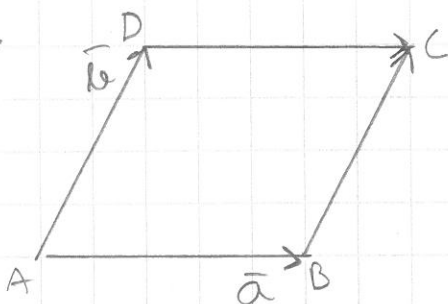
$$= -\frac{1}{2} \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{a}$$

$$= \vec{0}$$

$$\Rightarrow P = Q$$

Sis: suunnikkaan leikkauspiste $\frac{1}{2}$:llä ovat toisensa

Esim.



Olet. ABCD on suunnikas ts. $AB \parallel DC$ ja $AD \parallel BC$

Väite $|AB| = |DC|$ ja $|AD| = |BC|$

Tod. $\overline{DC} \parallel \vec{a} \Rightarrow \overline{DC} = t\vec{a}$

$\overline{BC} \parallel \vec{b} \Rightarrow \overline{BC} = s\vec{b}$

Kierrelään $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

$$\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB} + \overline{BA} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{b} + t\vec{a} - s\vec{b} - \vec{a} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(t-1)}_{\text{m}} \vec{a} + \underbrace{(1-s)}_{\text{m}} \vec{b} = \vec{0} = \underline{0} \cdot \vec{a} + \underline{0} \cdot \vec{b}$$

Sepo, ätkä

=)

$$\begin{cases} t-1=0 \\ 1-s=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t=1$$

$$\Rightarrow \overline{DC} = \vec{a}$$

$$\Leftrightarrow s=1$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \vec{b}$$

Sis suunnikkaan vastakkaiset sivut ovat yhtä pitkiä.