

2. Itseisaruvyhtälö

Esim. 1

$$\overbrace{|2x+1|}^? = 3$$

$$(\Leftrightarrow) 2x+1=3 \quad \text{tai} \quad 2x+1=-3$$

$$(\Leftrightarrow) 2x=2 \quad \text{tai} \quad 2x=-4$$

$$(\Leftrightarrow) x=1 \quad \text{tai} \quad x=-2$$

$$\text{Vast. } \underline{x=-2 \text{ tai } x=1}$$

$$\text{Tark. } x=1: |2 \cdot 1 + 1| = 3 \quad (\Leftrightarrow) |3| = 3 \quad \checkmark$$

$$x=-2: |2 \cdot (-2) + 1| = 3 \quad (\Leftrightarrow) |-3| = 3 \quad \checkmark$$

Esim. 2

$$|x^2+1| = |x-1|$$

$$(\Leftrightarrow) x^2+1 = x-1 \quad \text{tai} \quad x^2+1 = -(x-1)$$

$$(\Leftrightarrow) x^2 - x + 2 = 0 \quad \text{tai} \quad x^2 + x = 0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases}$$

$$(\Leftrightarrow) x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$\text{tai} \quad x(x+1) = 0$$

$$(\Leftrightarrow) x=0 \text{ tai } x+1=0$$

$$(\Leftrightarrow) x=0 \text{ tai } x=-1$$

$$\text{Tark. } x=0: |0^2+1| = |0-1| \quad (\Leftrightarrow) |1| = |-1| \quad \checkmark$$

$$x=-1: |(-1)^2+1| = |-1-1| \quad (\Leftrightarrow) |2| = |-2| \quad \checkmark$$

$$\text{Vast. } \underline{x=-1 \text{ tai } x=0}$$

Yleisesti:

$$|f(x)| = a \quad (\Leftrightarrow) \begin{cases} f(x) = a \text{ tai } f(x) = -a, & a \geq 0 \\ \text{ei ratkaisua,} & a < 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| = |g(x)| \quad (\Leftrightarrow) f(x) = g(x) \text{ tai } f(x) = -g(x)$$

$$2.2 \text{ a) } |x-4|+1=5 \quad (\Leftrightarrow) \overbrace{|x-4|}^? = 4$$

$$(\Leftrightarrow) x-4=4 \quad \text{tai} \quad x-4=-4 \quad (\Leftrightarrow) \underline{x=8 \text{ tai } x=0}$$

$$\text{b) } 2|3x-2|-4=6 \quad (\Leftrightarrow) 2|3x-2|=10 \quad | :2 \quad (\Leftrightarrow) |3x-2|=5$$

$$(\Leftrightarrow) 3x-2=5 \text{ tai } 3x-2=-5 \quad (\Leftrightarrow) 3x=7 \quad | :3 \quad \text{tai} \quad 3x=-3 \quad | :3$$

$$(\Leftrightarrow) \underline{x=\frac{7}{3} \text{ tai } x=-1}$$

$$2.5 \text{ a) } |x-7|=|x|$$

$$(\Leftrightarrow) x-7=x \quad \text{tai} \quad x-7=-x \quad (\Leftrightarrow) 0=7 \quad \checkmark \quad \text{tai} \quad 2x=7 \quad | :2 \quad (\Leftrightarrow) \underline{x=\frac{7}{2}}$$

$$\text{b) } |5-x|=|3x|$$

$$(\Leftrightarrow) 5-x=3x \text{ tai } 5-x=-3x$$

$$(\Leftrightarrow) 5=4x \quad | :4 \quad \text{tai} \quad 2x=-5 \quad | :2$$

$$(\Leftrightarrow) \underline{x=\frac{5}{4} \text{ tai } x=-\frac{5}{2}}$$