7. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{2x}+x-4$

f(x):n arvot ovat reaalilukuja

$M_f$: f:n määrittelyjoukko, $x\in\mathbb{R}$

f on jatk. ja deriv. $\mathbb{R}$:ssä

$f'(x) = \underbrace{e^{2x}}_{>0}\cdot 2+1 > 0$ aina $\Rightarrow$ f on aidosti kasvava $\mathbb{R}$:ssä

$\Rightarrow$ f saa jokaisen arvonsa vain kerran (vain yhdellä x:n arvolla)

$\Rightarrow$ käänteisfunktio on olemassa

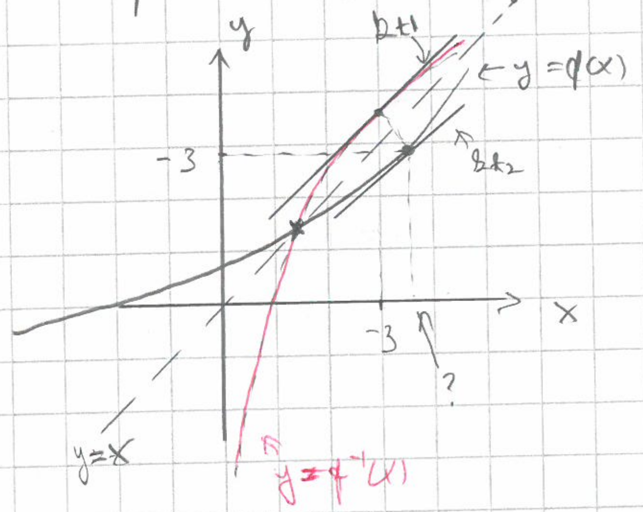
$$\begin{cases} \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(\underbrace{e^{2x}}_{\infty} + \underbrace{x}_{\infty} - 4) = \infty + \infty - 4 = \infty \\ \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(e^{2x}+x-4) = e^{-\infty} - \infty - 4 = \frac{1}{\underbrace{e^{\infty}}_{\infty}} - \infty - 4 = \frac{1}{\infty} - \infty - 4 = 0 - \infty - 4 = -\infty \\ f \text{ jatkuva} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ f:n arvojoukko : $A_f = \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ $f^{-1}$:n määrittelyjoukko : $\underline{M_{f^{-1}} = A_f = \mathbb{R}}$

$f(x) = e^{2x}+x-4 = y \iff x = \dots = f^{-1}(y)$

mahdoton ratkaista




f:n ja $f^{-1}$:n kuvaajat ovat toistensa peilikuvia suoran $y=x$ suhteen $\Rightarrow$ mahdolliset leikkauspisteet ovat suoralla $y=x$

$\Rightarrow f(x) = e^{2x}+x-4 = x$

$\iff e^{2x} = 4 \quad |\ln$

$\iff \ln e^{2x} = \ln 4$

$\iff 2x = \ln 4 = \ln 2^2 = 2\ln 2$

$\iff x = \ln 2$

$\Rightarrow$ leikkauspiste : $\underline{(\ln 2, \ln 2)}$

$f(x) = e^{2x}+x-4 = -3 \iff x = 0$

$$\underbrace{(f^{-1})'(-3)}_{k_1} = \underbrace{\frac{1}{f'(0)}}_{\frac{1}{k_2}} = \frac{1}{e^{2\cdot 0}\cdot 2+1} = \underline{\frac{1}{3}}$$