

$$(*) \text{ jos } m-2k=0 \quad (=) \quad m=2k$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}+1} = \frac{k}{m} = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2} \quad | \times 2$$

$$(\Rightarrow) 2(\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}+1 \quad (\Rightarrow) 2=1 \quad \downarrow$$

\Rightarrow vastaväite epätosi \Rightarrow väite tosi

$$8! \quad a) \quad 1999^{1999} \stackrel{(*)}{\equiv} 1^{1999} \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow \text{jokojäännös: } \underline{1}$$

$$1999^{1999} \equiv (-1)^{1999} \equiv -1 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow \underline{-1} = \underline{4}$$

$$b) \quad 7^{4m} + 9^{2m+1} = (7^4)^m + 9^{2m+1} = 2401^m + 9^{2m+1}$$

$$\equiv 1^m + (-1)^{2m+1} \equiv 1 - 1 \equiv 0 \pmod{10}$$

\Rightarrow on jollain luvulla 10

$$(*) \quad 1999 \equiv 1 \pmod{3}$$

9,

$$13.4 \quad a) \quad f(x) = \frac{3x^2+x}{x} = \frac{x \cdot (3x+1)}{x} = 3x+1, \quad x \neq 0$$

$$b) \quad f(x) = \frac{12x-4x^2}{4x} = 3-x, \quad x \neq 0$$

$$c) \quad f(x) = \frac{4x}{6x+2x^2} = \frac{4x}{2x(3+x)} = \frac{2}{3+x}, \quad x \neq 0$$

MAA13 23.11.2020

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} -x^2+1, & x \leq 2 \\ 2x+3, & x > 2 \end{cases}$$

$$a) \text{ vasen: } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x^2+1) = -2^2+1 = -4+1 = \underline{-3}$$

$$b) \text{ oikea: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+3) = 2 \cdot 2 + 3 = 4+3 = \underline{7}$$

$$c) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad (\Rightarrow \text{ } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ ei ole olemassa})$$

\Rightarrow f ei ole jatkuvuus kohdassa 2