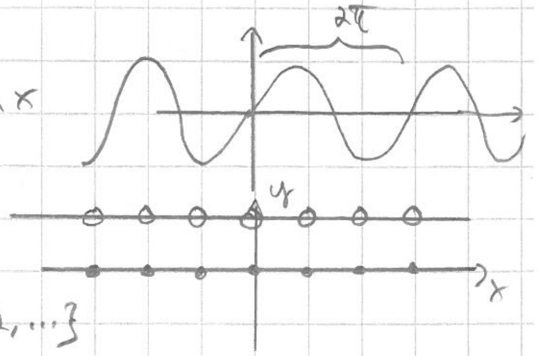
10.22 $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x+\omega) = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, jakso: $\omega$

f:n määrittelyjoukko

$f(x) \in \mathbb{R}$

1° Jatkuva jaksollinen funktio: $f(x) = \sin x$

$$f(x+2\pi) = f(x)$$




2° Epäjatkuva jaksollinen funktio

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \notin \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \\ 0, & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$f(x+1) = f(x), \quad \omega = 1$$

3° Derivoituva jaksollinen funktio

$$f'(x+\omega) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+\omega+h) - f(x+\omega)}{h} \overset{f \text{ jaksollinen}}{=} \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

$\Rightarrow$ derivaattafunktio on jaksollinen

4° Tulos: Suljetulla välillä määritelty jatkuva funktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa.

Siten välillä $[0, \omega]$ funktio $f$ saa suurimman arvonsa. Koska $f$:n arvot toistuvat samoina $\omega$:n välein eli $f(x+\omega) = f(x)$, on kyseinen suurin arvo myös $f$:n suurin arvo koko $\mathbb{R}$:ssä.

## 11. Derivointi

11.1 a) $D(4x^5 - 3x^4 + 5x + 13) = 20x^4 - 12x^3 + 5$

b) $D(\frac{1}{2}e^x + 4\ln x) = \frac{1}{2}e^x + 4 \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2}e^x + \frac{4}{x}$

c) $D \dfrac{x^2 - 3x}{4x+5} = \dfrac{(2x-3)(4x+5) - (x^2-3x)\cdot 4}{(4x+5)^2}$ $\quad \boxed{D\frac{f}{g} = \frac{f'\cdot g - f\cdot g'}{g^2}}$

$$= \frac{8x^2 + 10x - 12x - 15 - 4x^2 + 12x}{(4x+5)^2} = \frac{4x^2 + 10x - 15}{(4x+5)^2}$$

$\boxed{D(f\cdot g) = f'\cdot g + f g'}$

11.2 a) $h(x) = 5x^3 \cdot \sin x$

$h'(x) = 15x^2 \sin x + 5x^3 \cos x$

$\boxed{D(f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \cdot f'(x)}$

b) $h(x) = \sqrt{3x^2+1} = (3x^2+1)^{\frac{1}{2}}$

$$h'(x) = \frac{1}{2}(3x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6x = 3x \cdot \frac{1}{(3x^2+1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2+1}}$$