

6.4 $f(x) = e^{2x}$, $x \in \mathbb{R}$

a) f jätz. j. deriiv. $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f'(x) = \underbrace{e^{2x}}_{>0} \cdot 2 > 0$ aine $\Rightarrow f$ on aidosti kasvava $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$
 $\Rightarrow$ käänteisfunktio f^{-1} on olemassa

b) $f(x) = y = e^{2x}$ (ln

$\Rightarrow \ln y = \ln e^{2x} \Rightarrow \ln y = 2x \quad | :2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \ln y = f^{-1}(y)$

$\Rightarrow \underline{f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln x}$, $x \in M_{f^{-1}} = A_f =]0, \infty[$, $x > 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} = e^{\infty} = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0$

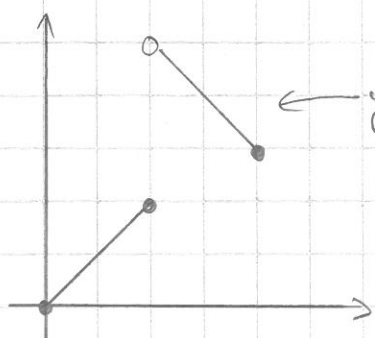
f aidosti kasvava

$A_f =]0, \infty[$

c) $f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(e^{2x}) = \frac{1}{2} \ln e^{2x} = \frac{1}{2} \cdot 2x = x$ ✓.

Esim. Voiko funktioilla f olla käänteisfunktio, vaikka f ei ole aidosti monotoninen?

Ratk.



$y = f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2 \\ -x + 4, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$

f ei ole aidosti monotoninen mutta se saa jokaisen arvoensa vain yhdellä x :n arvolla $\Rightarrow f^{-1}$ on olemassa
Vast. voii

6.21 $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^{2x-1}$

$\uparrow$
 M_f

f jätz. j. deriiv. $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f'(x) = 1 \cdot e^{2x-1} + x \cdot e^{2x-1} \cdot 2 = e^{2x-1} (1 + 2x) = 0$

$\Rightarrow \underbrace{e^{2x-1}}_{>0} = 0$ tai $1 + 2x = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

f'	-	+
f	$\searrow$	$\nearrow$
	$-\frac{1}{2}$	
	min	

$0 \in I$
 I rehell. väli
 f^{-1} on olemassa

$I = [-\frac{1}{2}, \infty[$