

f on jatkuvaa ja derivoituvaa arvoksi kun $x \neq 0$ (palautetaan polynomifunktioksi)

$$1^{\circ} \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0-} 0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0+} x = 0 \\ f(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \text{ on jatkuvaa kaikkialla}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = f(0)$$

$$\Rightarrow f \text{ on jatkuvaa kohdassa } x=0$$

$$2^{\circ} \left\{ \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{0 - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-} 0 = 0 \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0+} 1 = 1 \end{aligned} \right.$$

$\Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0) \Rightarrow f'(0)$ ei ole olemassa
 $\Rightarrow f$ on vain yhdessä kohdassa epäderivoituvaa

4.13 a) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(\frac{1}{x} \right)$$

$-1 \leq \sin \leq 1$
 $\nearrow \pm \infty$

$\Rightarrow f'(0)$ ei ole olemassa $\Rightarrow$ ei ole

rajearvo ei ole olemassa

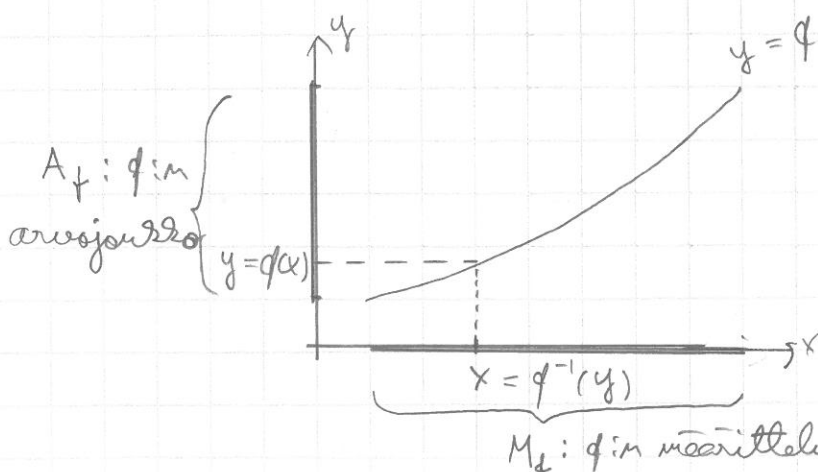
b) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

$-1 \leq \sin \leq 1$
 $\searrow 0$

$\Rightarrow$ on

6. Käänteisfunktio



$$f: M_f \rightarrow \mathbb{R}$$

f saa jokaisen arvonsa vain yhdessä kohdassa (esim. f on aidosti monotoninen)

$\Rightarrow$ on olemassa käänteisfunktio

$$f^{-1}: A_f \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$