

Γ Suoran vinonijokannalle

a) $P(X \leq 480) = 0,1087$

b) $P(X \geq 480) = 0,5026$]

10. Epäoleellinen integraali

Esim. $\int_1^t \frac{1}{x^3} dx = \int_1^t x^{-3} dx = \int_1^t \frac{1}{2} \underbrace{x^{-2}}_{\frac{1}{x^2}} = -\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{2 \cdot 1^2} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

\Rightarrow merkt. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx = \frac{1}{2}$

$\int_t^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \int_t^1 x^{-\frac{1}{3}} dx = \int_t^1 \left(\frac{1}{2}\right) x^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \cdot 1^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{2} \cdot t^{\frac{2}{3}}$

$\xrightarrow{t \rightarrow 0^+} \frac{3}{2} \cdot 1 - \frac{3}{2} \cdot 0 = \frac{3}{2} \Rightarrow$ merkt. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3}{2}$

yleisesti 1° $\int_a^{\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_a^t f(x) dx$

2° $\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx$, $f(b)$ ei ole määritelty

Epäoleellinen integraali syynee, mikäli kyseisen rajo-arvo on elementti. Muutoin se hajautuu.

10.6 a) $\int_1^{\infty} \frac{3x^2}{x^3+5} dx = I$

$f(x)$, f jatkuu välillä $[1, \infty[\Rightarrow$ vain ylärajo ∞ tulee I :stä epäoleellisen integraalin

$\int_1^t \frac{\overbrace{3x^2}^{g'(x)}}{\underbrace{x^3+5}_{g(x)}} dx = \int_1^t \ln|x^3+5| = \ln(t^3+5) - \ln(1^3+5)$

$\xrightarrow{t \rightarrow \infty} \ln \infty - \ln 6 = \infty - \ln 6 = \infty$

$\Rightarrow I$ hajautuu

b) $\int_0^{\infty} \frac{1}{(2x+3)^2} dx = I$

$f(x)$, f jatkuu väl. $[0, \infty[$

$\int_0^t \frac{1}{(2x+3)^2} dx = \int_0^t (2x+3)^{-2} dx = \frac{1}{2} \int_0^t \underbrace{2(2x+3)}_{g'(x)} \underbrace{(2x+3)^{-2}}_{g(x)} dx$