

b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on kaksosijot vastavasti käänteisfunktion määrittely $y = x$ määrittää $\Rightarrow$ mahdollisesti käänteisfunktion vastavalle $y = x$

$$\begin{cases} y = f(x) = x e^{2x-1} \\ y = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x e^{2x-1} = x$$

$$\Leftrightarrow x e^{2x-1} - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x (e^{2x-1} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ tai } e^{2x-1} = 1 = e^0$$

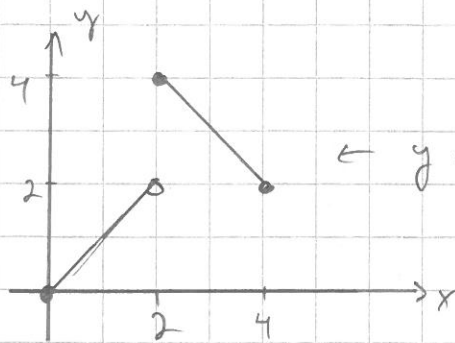
$$\Leftrightarrow 2x-1 = 0 \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ käänteisfunktion $(0, 0), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Esim. Onko vain aidosti monotonilla funktioilla käänteisfunktio?

Ratk. Vastaus: ei

Vastaus: ei



$$y = f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 2 \\ -x + 6, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Selekti f ei ole aidosti monotoninen

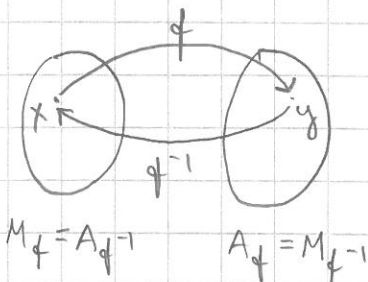
Mutta f on jaksollinen, arvoaste vain kerran, joten sillä on käänteisfunktio

$$1^\circ y = x \Rightarrow x = f^{-1}(y) = y$$

$$2^\circ y = -x + 6 \Leftrightarrow x = -y + 6 = f^{-1}(y)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 2 \\ -x + 6, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases} (=f(x))$$

7. Käänteisfunktion derivaatta



$$f^{-1}(f(x)) = x \quad | \quad D$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(f(x)) \cdot f'(x) = 1 \quad | : f'(x) \neq 0$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$