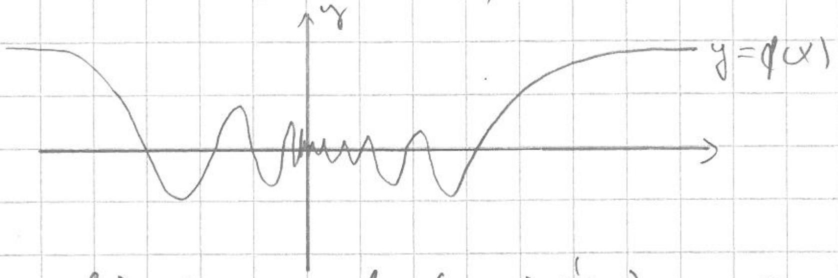
$$= \lim_{x\to 4} x+4 = 4+4 = 8$$

f jatkuva kohdassa 4 $\Leftrightarrow \underline{f(4)} = \lim_{x\to 4} f(x) = \underline{8}$

Siis
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-16}{x-4} & , x \neq 4 \\ 8 & , x = 4 \end{cases}$$

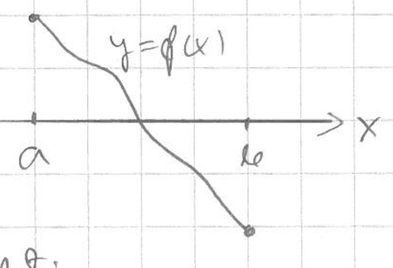
2.18
$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$



$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} (\underbrace{x}_{\to 0} \cdot \underbrace{\sin \tfrac{1}{x}}_{-1 \le \cdot \le 1}) = 0 = f(0)$$

$\Rightarrow f$ on jatkuva kohdassa 0

<u>Bolzanon lause</u>



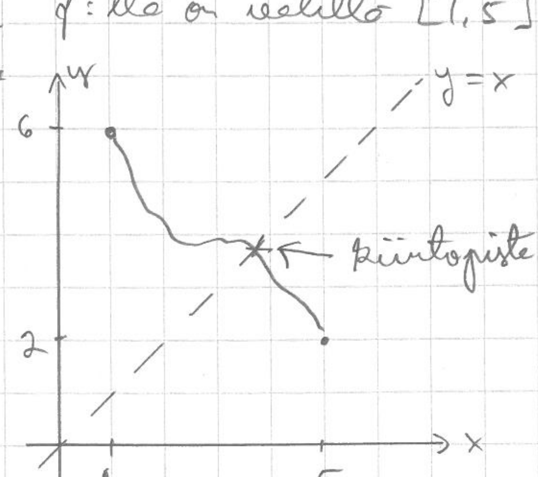
$$\begin{cases} f(a) \text{ ja } f(b) \text{ erimerkkiset} \\ f \text{ jatkuva välillä } [a,b] \end{cases}$$

$\Rightarrow f$:llä on ainakin 1 0-kohta välillä $]a,b[$

2.7 <u>Olet:</u> $f: \underbrace{[1,5]}_{1 \le x \le 5} \to \mathbb{R}$ jatkuva, $f(1) = 6$, $f(5) = 2$

<u>Väite</u> f:llä on välillä $[1,5]$ ainakin 1 kiintopiste ts. $f(x) = x$.

<u>Tod.</u>



$f(x) = x \Rightarrow$ kiintopisteet ovat suoralla $y = x$

$$\Leftrightarrow \underbrace{f(x) - x}_{= g(x)} = 0$$

$$\begin{cases} g(1) = f(1) - 1 = 6 - 1 = 5 > 0 \\ g(5) = f(5) - 5 = 2 - 5 = -3 < 0 \\ g \text{ jatkuva väl. } [1,5] \end{cases}$$

$\Rightarrow g$:llä ainakin 1 0-kohta $\Rightarrow f(x) = x$ ainakin yhdellä arvolla x