

$$2.4 \quad a) \quad f(x) = \begin{cases} 4x+5, & x < -1 \\ -x^2+2, & x \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (4x+5) = 4 \cdot (-1) + 5 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (-x^2+2) = -(-1)^2 + 2 = -1 + 2 = 1 \\ f(-1) = -(-1)^2 + 2 = -1 + 2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1) \Rightarrow f \text{ on jatkuvaa kohdassa } -1$$

$$b) \quad f(x) = \begin{cases} 4x+5, & x < -1 \\ -x^2+2, & x > -1 \end{cases}$$

$$f(-1) \text{ ei ole määritetty} \Rightarrow f \text{ ei ole jatkuvaa kohdassa } -1$$

$$2.9 \quad f(x) = \begin{cases} 3-x^2, & x \leq -1 \\ ax+b, & -1 < x < 3 \\ x-3, & x \geq 3 \end{cases}$$

Palat ovat polynomifunktiona jatkuvia $\Rightarrow f$ on jatkuvaa
ainoaksi kun $x \neq -1$ ja $x \neq 3$

$$1^\circ \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (3-x^2) = 3 - (-1)^2 = 3 - 1 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (ax+b) = a \cdot (-1) + b = -a + b \\ f(-1) = 3 - (-1)^2 = 3 - 1 = 2 \end{cases}$$

$$f \text{ jatkuvaa kohdassa } -1 \quad \Leftrightarrow \quad 2 = -a + b = 2$$

$$2^\circ \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax+b) = a \cdot 3 + b = 3a + b \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) = 3 - 3 = 0 \\ f(3) = 3 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$f \text{ jatkuvaa kohdassa } 3 \quad \Leftrightarrow \quad 3a + b = 0 = 0$$

$$1^\circ \text{ ja } 2^\circ \quad \begin{cases} -a + b = 2 & \leftarrow | \cdot (-1) \\ \underline{3a + b = 0} & \leftarrow \text{siis} \\ \hline 4a = -2 & \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = 2 + (-\frac{1}{2}) = \underline{\underline{\frac{3}{2}}} \end{cases}$$