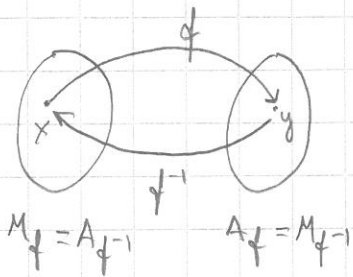


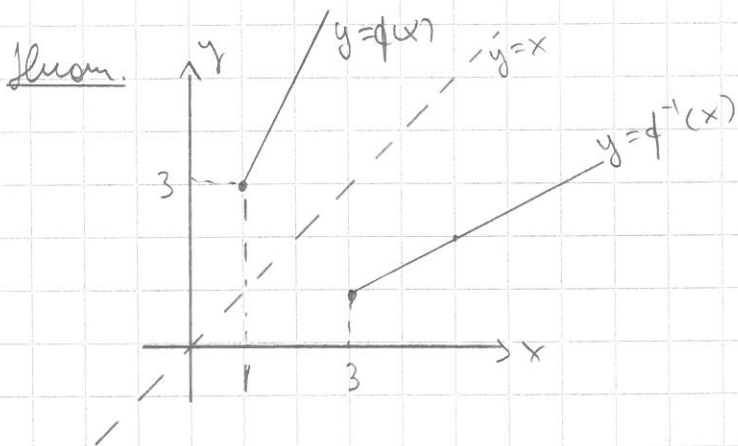
7. Kääntöfunktion derivaatta



$$f^{-1}(f(x)) = x \quad \left| \frac{d}{dx} \right.$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(f(x)) \cdot \underbrace{f'(x)}_y = 1 \quad | : f'(x) \neq 0$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$



f : m ja f^{-1} : m kuvaajat ovat toistensa peilikuvia suoran $y=x$ suhteen $\Rightarrow f$: m ja f^{-1} : m derivaatat (eli tangenttien kulma-kerroin) ovat toistensa käänteislukujen vastaispuolella

$$\left. \begin{aligned} f'(1) &= 2 \\ (f^{-1})'(3) &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \%$$

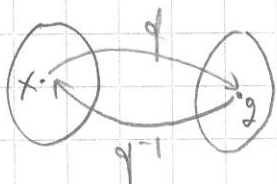
7.2 $f(x) = 2x + \ln x, x > 0$

$$f(x) = 2x + \ln x = y$$

$\Rightarrow x = \dots$ ei annista!

$\Rightarrow f^{-1}$: m lauseke ei ole

x :ää 2 erilaisessa paikassa \rightarrow kukaan joku



$$f(x) = 2x + \ln x = 2 \quad (\Rightarrow) x = 1$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{2 + \frac{1}{1}} = \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = 2 + \frac{1}{x} \quad \left[f'(x) > 0 \text{ aina kun } x > 0 \right.$$

$\Rightarrow f$ aidosti kasvava kun $x > 0$

$\Rightarrow f^{-1}$ on olemassa

7.6 $f(x) = x^3 + x + 3$, f jätke ja derivo. \mathbb{R} :ssä

a) $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ aina $\Rightarrow f$ aidosti kasvava \mathbb{R} :ssä

\Rightarrow kääntöfunktion f^{-1} on olemassa

b) $f(x) = x^3 + x + 3 = y \quad (\Rightarrow) x = \dots = f^{-1}(y)$
 ei annista!