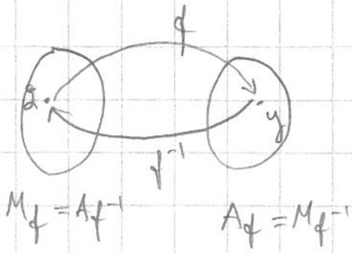
6.6 c)



$f(2) = e^2 + 2 + 1 = \underline{3 + e^2} = y$

Siis $f(3 + e^2) = 2$

6.21 $f : I \to \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^{2x-1}$

a) f jatk. ja deriv. $\mathbb{R}$:ssä

$f'(x) = 1 \cdot e^{2x-1} + x \cdot e^{2x-1} \cdot 2 = 0$

$\Leftrightarrow e^{2x-1} \cdot (1 + 2x) = 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{e^{2x-1}}_{>0 \text{ aina}} = 0$ ↯ tai $1 + 2x = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

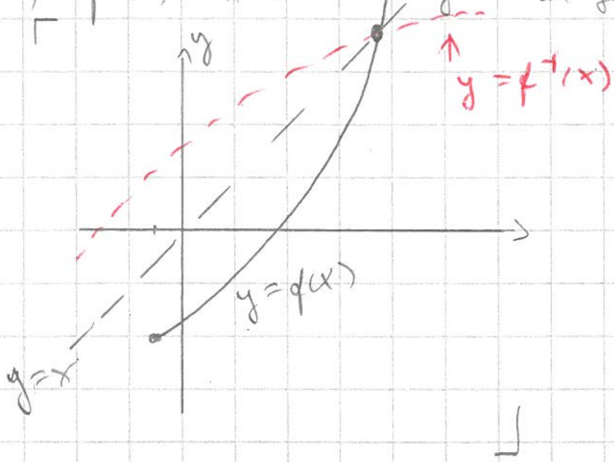
$D(f \cdot g) = f'g + g'f$
$De^x = e^x$
$De^{f(x)} = e^{f(x)} \cdot f'(x)$

		$-\frac{1}{2}$	
f'	$-$		$+$
f	↘		↗

$f'(-1) \approx -0{,}05 < 0$, $f'(0) \approx 0{,}37 > 0$

$\left.\begin{array}{l} 0 \in I \\ I \text{ mahd. iso väli} \\ f^{-1} \text{ on olemassa} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{I = [-\tfrac{1}{2}, \infty[}$

b) $f(x) = x e^{2x-1} = y$ ei saada ratkaistua x:ää ($x = \ldots = f^{-1}(y)$)



f:n ja f^{-1}:n kuvaajat ovat peilikuvia suoran $y = x$ suhteen
$\Rightarrow$ mahdolliset leikkauspisteet ovat suoralla $y = x$

Siten

$\begin{cases} y = x e^{2x-1} \\ y = x \end{cases}$

$\Rightarrow x e^{2x-1} = x$

$\Leftrightarrow x e^{2x-1} - x = 0$ $\Leftrightarrow x (e^{2x-1} - 1) = 0$

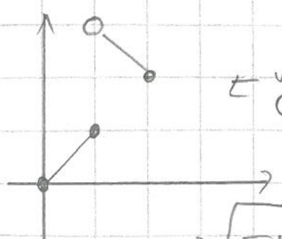
$\Leftrightarrow x = 0$ tai $e^{2x-1} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow e^{2x-1} = 1 = e^0$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ <u>leikkauspisteet: $(0, 0)$ ja $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$</u>

Huom. Onko vain aidosti monotonisella funktiolla käänteisfunktio?



$y = f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 4, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

f ei ole aid. monotoninen mutta se saa jokaisen arvonsa vain yhdellä x:llä $\Rightarrow f^{-1}$ on olemassa

$\Rightarrow \boxed{\text{EI!}}$