

6.2

$$f(x) = -2x + 6$$

f jätks. j. deriiv. $\mathbb{R} : \mathbb{R}$

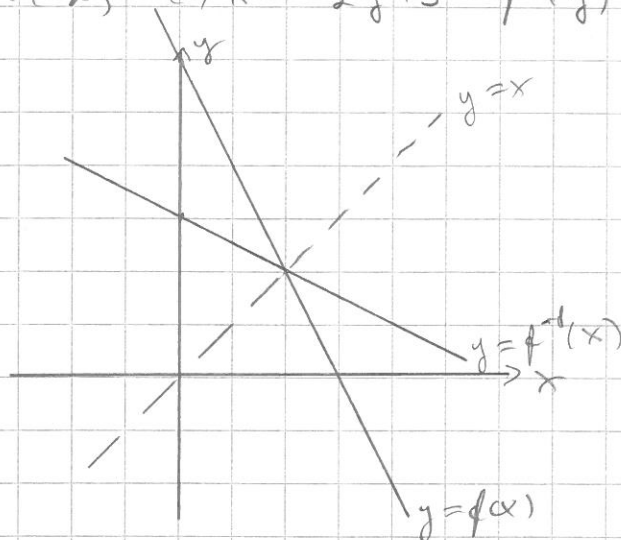
$f'(x) = -2 < 0$ aina $\Rightarrow f$ aid. vähenes $\mathbb{R} : \mathbb{R}$ $\Rightarrow f^{-1}$ on olemassa

$$f(x) = -2x + 6 = y$$

$$\Leftrightarrow -2x = y - 6$$

$$| : (-2) \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}y + 3 = f^{-1}(y)$$

$$\Rightarrow \underline{f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 3}$$



6.4 a) $f(x) = e^{2x}$

f jätks. j. deriiv. $\mathbb{R} : \mathbb{R}$

$$f'(x) = \underbrace{e^{2x}}_{>0} \cdot 2 > 0 \text{ aina}$$

$\Rightarrow f$ aidosti kasvava $\mathbb{R} : \mathbb{R}$

\Rightarrow käänteisfunktio on olemassa

b) $f(x) = e^{2x} = y \quad | \ln$

$$\Leftrightarrow \ln e^{2x} = \ln y \quad \Leftrightarrow 2x = \ln y \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln y = f^{-1}(y)$$

$$\Rightarrow \underline{f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln x, x > 0} \quad (M_{f^{-1}} = A_f =]0, \infty[)$$

$$\begin{aligned} D x^5 &= 5x^4 \\ D e^x &= e^x \\ D e^{f(x)} &= e^{f(x)} \cdot f'(x) \end{aligned}$$

c) $f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(e^{2x}) = \frac{1}{2} \ln e^{2x} = \frac{1}{2} \cdot 2x = x \quad \checkmark$

6.6

$$f(x) = e^x + x + 1$$

f jätks. j. deriiv. $\mathbb{R} : \mathbb{R}$

a) $f'(x) = \underbrace{e^x}_{>0} + 1 > 0$ aina

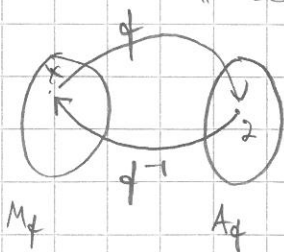
$\Rightarrow f$ aid. kasvava $\mathbb{R} : \mathbb{R}$

\Rightarrow käänteisfunktio on olemassa

b) $f(x) = e^x + x + 1 = y$

x : ää. eksponenttina j. polynomimuodossa \Rightarrow ei saada ratkaistua

x : ää. $\Rightarrow f^{-1}(x)$: ää. ei saada ratkaistua



$$f^{-1}(2) = x \Leftrightarrow f(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow e^x + x + 1 = 2 \quad \Leftrightarrow x = 0$$

f aidosti kasvava \Rightarrow ei muuta ratk.

$$\Rightarrow \underline{f^{-1}(2) = 0}$$