2° $f'_-(1) = \lim\limits_{x\to 1-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1-} \dfrac{(2x+1)-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1-} \dfrac{2x-2}{x-1} \left(\dfrac{0}{0}\right) = \lim\limits_{x\to 1-} \dfrac{2\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}$

$= \lim\limits_{x\to 1-} 2 = 2$

$f'_+(1) = \lim\limits_{x\to 1+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1+} \dfrac{(-x+4)-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1+} \dfrac{-x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1+} \dfrac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}$

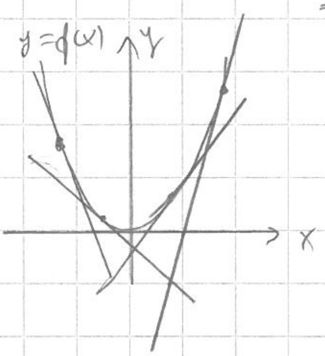
$= \lim\limits_{x\to 1+} (-1) = -1$

Koska $f'_-(1) \neq f'_+(1)$, ei f ole derivoituva kohdassa 1

5. Toisen kertaluvun derivaatta

Esim. $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f''(x) = 2 > 0$ aina

$\Rightarrow f'$ aidosti kasvava $\mathbb{R}$:ssä



Tangentin kulmakerroin kasvaa koko ajan kun x kasvaa

$\Rightarrow f$ on alaspäin kupera

Yleisesti $f''(x) > 0$ kun $x \in [a,b] \Rightarrow f$ on alaspäin kupera väl. $[a,b]$

$f''(x) < 0$ — " — $\Rightarrow f$ on ylöspäin — " —

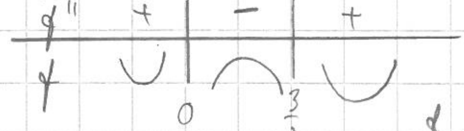
Kohta jossa $f''(x)$:n merkki vaihtuu (kuperuus vaihtuu) on käännekohta.

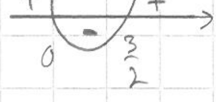
5.2 $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2$

a) f on $n+1$ kertaa derivoituva

$f'(x) = 4x^3 - 9x^2$

$f''(x) = 12x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow 6x(2x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ tai $x = \frac{3}{2}$





f ylöspäin kupera välillä $]0, \frac{3}{2}[$

f alaspäin — " — välillä $]-\infty, 0[$ ja $]\frac{3}{2}, \infty[$

b) käännekohdat: $x = 0$ ja $x = \frac{3}{2}$