

## 2. Funktion raja-arvo ja jatkuvuus

Tutkimus 2.18

Määr. 1°  $f$ :llä on raja-arvo kohdassa  $a$  ( $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ )

2°  $f$  on vasemmuulta jatkuvuus kohdassa  $a$  ( $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ )

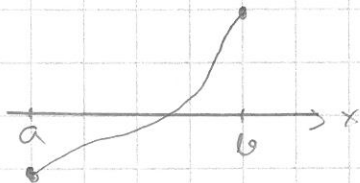
$f$  on oikealta jatkuvuus kohdassa  $a$  ( $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ )

$f$  on jatkuvuus kohdassa  $a$  ( $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ )

3°  $f$  on jatkuvuus ( $\Leftrightarrow f$  on jatkuvuus koko määrittelyjoukossa)

huom. "Melkein kaikki" funktiot ovat jatkuvia.

### Bolzano lause



$f(a)$  ja  $f(b)$  eri merkkiset  
 $f$  on jatkuvuus väl.  $[a, b]$   
 $\Rightarrow f$ :llä on ainakin 1  $0$ -kohta  
 väl.  $]a, b[$

2.2  $f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \Rightarrow \underline{\text{on}}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \Rightarrow \underline{\text{on}}$

eri tulokset  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ei ole olemassa

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 2 \Rightarrow \underline{\text{on vasemmuulta jatkuvuus}}$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \neq f(1) = 2 \Rightarrow \underline{\text{ei ole oikealta jatkuvuus}}$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ei ole olemassa  $\Rightarrow \underline{f}$  ei ole jatkuvuus kohdassa 1

c)  $[-2, 1]$  on jatkuvuus ( $-2$ :nse oikealta jatkuvuus,  $1$ :nse vasemmuulta jatkuvuus)

$]1, 3[$  on jatkuvuus

$[-2, 3]$  ei ole jatkuvuus ( $1$ :nse ei ole jatkuvuus)

2.4 a)  $f(x) = \begin{cases} 4x+5, & x < -1 \\ -x^2+2, & x \geq -1 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (4x+5) = 4 \cdot (-1) + 5 = 1$