

$2^0 m \equiv 1 \pmod{3} \quad (m = 3k+1)$
 $m(m^2+5) \equiv 1 \cdot (1^2+5) \equiv 6 \equiv 0 \pmod{3}$
 $3^0 m \equiv 2 \pmod{3} \quad (m = 3k+2)$
 $m(m^2+5) \equiv 2 \cdot (2^2+5) \equiv 18 \equiv 0 \pmod{3}$
 $10-3^0 \Rightarrow$ väite

$4^{2017} + 2^{2017} \equiv 1^{2017} + (-1)^{2017} \equiv 1 + (-1) \equiv 0 \pmod{3}$
 \Rightarrow on jollain 3:lla $\left[\begin{matrix} \textcircled{+} 4 \equiv 1 \\ \textcircled{+} 4 \equiv -1 \end{matrix} \pmod{3} \right]$

Väite $m(m^2+1)(m^2+4)$ on jollain luonnolla 5, $m \in \mathbb{Z}$
 Tod. $m(m^2+1)(m^2+4) \equiv m(m^2-4)(m^2-1) \pmod{5}$
 $\equiv m(m-2)(m+2)(m-1)(m+1) \pmod{5}$

Tulosta on 5 peräkkäisiä kokonaislukuja \rightarrow jostain jollain luonnolla 5 \Rightarrow väite
 FT1: m on jollain neuvostoisia muotoista:

$1^0 m \equiv 0 \pmod{5} \quad (m = 5k)$
 $m(m^2+1)(m^2+4) \equiv 0 \cdot (0^2+1) \cdot (0^2+4) \equiv 0 \pmod{5}$
 $2^0 m \equiv 1 \pmod{5} \quad (m = 5k+1)$
 $m(m^2+1)(m^2+4) \equiv 1 \cdot (1^2+1) \cdot (1^2+4) \equiv 10 \equiv 0 \pmod{5}$
 $3^0 m \equiv 2 \pmod{5} \quad (m = 5k+2)$
 $m(m^2+1)(m^2+4) \equiv 2 \cdot (2^2+1) \cdot (2^2+4) \equiv 80 \equiv 0 \pmod{5}$
 $4^0 m \equiv 3 \pmod{5} \quad (m = 5k+3)$
 $m(m^2+1)(m^2+4) \equiv 3 \cdot (3^2+1) \cdot (3^2+4) \equiv 350 \equiv 0 \pmod{5}$
 $5^0 m \equiv 4 \pmod{5} \quad (m = 5k+4)$
 $m(m^2+1)(m^2+4) \equiv 4 \cdot (4^2+1) \cdot (4^2+4) \equiv 1360 \equiv 0 \pmod{5}$
 $10-5^0 \Rightarrow$ väite

Päivämäärän 6.12.1917 ja 6.12.2017 välillä on 25 kokonaista (1920, 1924, ..., 2016)

\Rightarrow päivä: $100 \cdot 365 + 25 \equiv 2 \cdot 1 + 4 \equiv 6 \pmod{7}$
 \Rightarrow 6 viikönpäivää koostetaan kokonaisosista
 \Rightarrow 6.12.1917 oli torstai

7.1 a) $\sqrt{75} \approx 8,5 \Rightarrow$ riittää joko alkuluvulla 2, 3, 5 ja 7
 \Rightarrow 79 on alkuluku

b) $\sqrt{143} \approx 11,56 \Rightarrow$ alkuluvut: 2, 3, 5, 7 ja 11
 $143 = 11 \cdot 13 \Rightarrow$ 143 ei ole alkuluku

c) $\sqrt{567} \approx 31,1 \Rightarrow$ alkuluvut: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31
 \Rightarrow 567 on alkuluku

7.4 a) $48 = 2 \cdot 24 = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 2^4 \cdot 3$

b) $105 = 5 \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

c) $252 = 2 \cdot 126 = 2 \cdot 2 \cdot 63 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 21 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$

7.6 36 = 6 \cdot 6 = 2^2 \cdot 3^2
 88 = 8 \cdot 11 = 2^3 \cdot 11
 100 = 10^2 = 2^2 \cdot 5^2
 a) $\text{mft}(36, 88, 100) = 2^2 = 4$
 b) $\text{mft}(36, 88, 100) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11 = 19800$

7.16 $4158 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 11$
 $37 \cdot 240 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13$

a) $\text{mft}(4158, 37 \cdot 240) = 2 \cdot 7 = 14$
 b) $\text{mft}(4158, 37 \cdot 240) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 = 11060280$

7.20 Ollet $m \geq 2, m \in \mathbb{Z}$, m 'n alkulukupotensseja joiden 10.1
 Bergmannin on jollain
 Väite m on kokonaisluvun nollis.
 Tod. $m = p_1^{2k_1} \cdot p_2^{2k_2} \cdot \dots \cdot p_t^{2k_t} = (p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \cdot p_t^{k_t})^2 = n^2$
 \Rightarrow väite

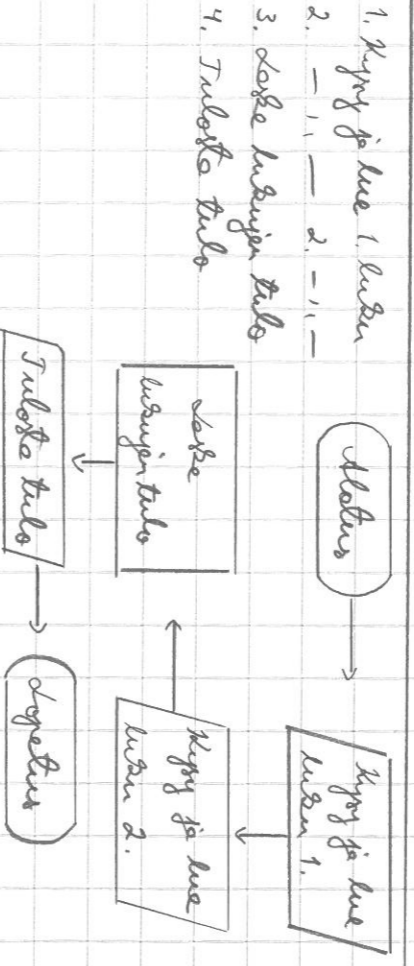
7.22 Ollet, $m^2 + 1 > 2$ alkuluku, $m, 2 \in \mathbb{Z}$, $2 \geq 1$

Väite m onillinen

Tod. vastaväite: m oniton
 $\Rightarrow m^2 + 1 = 1^2 + 1 \equiv 1 + 1 \equiv 0 \pmod{2}$
 $\Rightarrow m^2 + 1$ onillinen $\forall (m^2 + 1 > 2$ alkuluku)
 \Rightarrow vastaväite ystäv. \Rightarrow väite tot.

8.12 algoritmi lasken luvun $\text{mft}(a, b)$ ($= \text{mft}(74, 20) = 2$)
 Eulerin algoritmi

- 8.16 $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$, $b \neq 0$
- 0:0:0 x yhtälön ratkaisu: $x(ax+bx) = 0$
 - Tulo 0-yhtälöllä $x=0$ tai $ax+bx=0$
 - Välennäkö 1. yhtälöstä jollain $ax = -bx$
 - jaetaan a :lla ($a \neq 0$): $x = -\frac{bx}{a}$
 - yhtälön ratkaisu: $x=0$ tai $x = -\frac{bx}{a}$



9.1 luku 1 = mit (ingut ("suma 1. kokonaisluku:"))
 luku 2 = mit (ingut ("suma 2. kokonaisluku:"))
 tulo = luku 1 * luku 2
 print ("alustuksen tulo on: ", tulo)

9.5 a = mit (ingut ("suma perittävien kokonaisluku:"))
 osamaara = a // 7
 jokoosuma = a % 7
 print "osamaara on: ", osamaara
 print "jokoosuma on: ", jokoosuma

9.10 a = mit (ingut ("suma 1. kokonaisluku:"))
 b = mit (ingut ("suma 2. kokonaisluku:"))
 c = mit (ingut ("suma 3. kokonaisluku:"))
 ka = round((a+b+c)/3, 2)
 print "keskimäärä on: ", ka

9.11 n = float (ingut ("suma jollain väle:"))
 A = round(4 * 3.14 * n * * 2, 2)
 V = round(4/3 * 3.14 * n * * 3, 2)
 print ("Pinta-ala: ", A)
 print ("Tilavuus: ", V)

9.13 t = float (ingut ("suma aika sekunteina:"))
 h = t // 3600
 min = (t - 3600 * h) // 60
 s = t - 3600 * h - 60 * min
 print "tulo on: ", h, "h", min, "min", s, "s"

m = mit (ingut ("suma kokonaisluku:"))
 if m % 3 == 0:
 print ("luku ", m, " on jollain luonnolla 3")

```

10.3 luku 1 = 102**80
      luku 2 = 110**79
      pituus 1 = len(str(luku 1))
      pituus 2 = len(str(luku 2))
      print "suuresta 102**80 on ", pituus 1, " numeroa."
      print "suuresta 110**79 on ", pituus 2, " numeroa."
      if pituus 1 > pituus 2:
          print "lukuun 110**79 numeroiden määrä on
                pienempi."
      else:
          print "lukuun 102**80 numeroiden määrä on
                pienempi."
  
```

```

11.5 luku = int(input("Anna kokonaisluku: "))
      if luku % 15 == 0:
          print ("luku on jaollinen luvulla 3, 5 ja 15.")
      elif luku % 3 == 0:
          print ("luku on jaollinen luvulla 3.")
      elif luku % 5 == 0:
          print ("luku on jaollinen luvulla 5.")
      else:
          print ("luku ei ole jaollinen millään luvulla 3, 5 tai 15.")
  
```

```

10.5 roon = int(input("Anna roonin arvo: "))
      if roon % 100 == 0:
          if roon % 400 == 0:
              print (roon, " on karkausvuosi.")
          else:
              print (roon, " ei ole karkausvuosi.")
      else:
          if roon % 4 == 0:
              print (roon, " on karkausvuosi.")
          else:
              print (roon, " ei ole karkausvuosi.")
  
```

11.12

```

10.10 karsaus 1 = float(input("Anna 1. vuorokauden karsaus: "))
       kanta 1 = float(input("1. - 1. - kanta: "))
       karsaus 2 = float(input("Anna 2. vuorokauden karsaus: "))
       kanta 2 = float(input("1. - 1. - kanta: "))
       ala 1 = karsaus 1 * kanta 1
       ala 2 = karsaus 2 * kanta 2
       print ("1. vuorokauden ala ", ala 1)
       print ("2. - 1. - ", ala 2)
       if ala 1 > ala 2:
           print ("1. vuorokauden ala on isompi.")
       else:
           if ala 1 < ala 2:
               print ("2. vuorokauden ala on isompi.")
           else:
               print ("Pinta-ala ei eroa yhtä suuret.")
  
```

12.1

```

11.1 hinta = float(input("Anna ostoksen hinta: "))
      if hinta < 50:
          print ("Alennusprosentti on 0")
      elif hinta < 100:
          print ("Alennusprosentti on 5")
      elif hinta < 150:
          print ("Alennusprosentti on 10")
      elif hinta < 200:
          print ("Alennusprosentti on 15")
      elif hinta < 250:
          print ("Alennusprosentti on 20")
      else:
          print ("Alennusprosentti on 25")
  
```

```

12.1 print ("Ostajana laskaa tuloa n.(n-1)...1.")
      n = int(input("Anna perheväestön kokonaisluku n: "))
      while n < 1:
          print ("Et antanut perheväestön kokonaisluku.")
      n = int(input("Anna perheväestön kokonaisluku n: "))
      k = n
      tulo = 1
      while n > 0:
          tulo *= n
          n -= 1
      print k, "! = ", tulo
      # tulo = tulo * n
      # n = n - 1
  
```

11.3 a) if a >= 20 or a < 14:
 print ("Tosi")
 b) if a % 2 == 0 and a <= 20:
 print ("Tosi")

12.3

```

luku 1 = 336
luku 2 = 332
tulo = luku 1 * luku 2
print "Suurin yhteinen tekijä: ", luku 1
print "Pienin yhteinen tekijä: ", tulo // luku 1
  
```