

```

5' import math
h = float(input("Anna kartion korkeus: "))
r = float(input("Anna kartion pohjajanan pituus: "))
print("Pinta-ala on", round(math.pi * r ** 2 * h / 3, 2))
s = math.sqrt(h ** 2 + r ** 2)
print("Kokonaispinta-ala on", round(math.pi * (r ** 2 + r * s), 2))

```

6. a) Vastaesimerkki: $0+1+2+3+4+5=15$ ei ole jaollinen luvulla 6
 \Rightarrow ei ole
 b) $\left. \begin{array}{l} 1+2+3+4+5=15=3 \cdot 5 \% \\ 6+7+8+9+10=40=8 \cdot 5 \% \\ -2+(-1)+0+1+2=0=0 \cdot 5 \% \end{array} \right\} \Rightarrow$ väite voi olla totti
 Tod. $M+(M+1)+(M+2)+(M+3)+(M+4)=5M+10=5 \frac{(M+2)}{\in \mathbb{Z}} \%$ on jaollinen
 \Rightarrow on jaollinen luvulla 5

6' $2x^3 + 1 = 7x \Leftrightarrow 2x^3 - 7x + 1 = 0$
 $f(x) = 2x^3 - 7x + 1$
 $f'(x) = 6x^2 - 7$
 Newton: $x_{m+1} = x_m - \frac{f(x_m)}{f'(x_m)}, m=0,1,2,\dots$

	$x_0 = -2$	$x_0 = 0$	$x_0 = 2$
x_1	-1,941 176 470 588 2	0,142 857 142 857 14	1,823 529 411 764 7
x_2	-1,938 542 386 584 4	0,143 704 959 728 7	1,795 524 194 182 1
x_3	-1,938 537 191 250 7	0,143 705 049 507 51	1,795 483 255 967 7
x_4	-1,938 537 191 230 6	— — —	1,794 832 141 723 2
x_5	-1,938 537 191 230 5	— — —	1,794 832 141 723

Vast. $x \approx -1,938 537$ tai $x \approx 0,143 705$ tai $x \approx 1,794 832$

7. Väite $m(m^2+5)$ on jaollinen luvulla 6 aina kun $m \in \mathbb{Z}$
 Tod. m on joko taien seuraavista muodoista
 $1^\circ m=6k: m(m^2+5) = 6k((6k)^2+5) \in \mathbb{Z} \% \Rightarrow$ on jaollinen luvulla 6
 $2^\circ m=6k+1: m(m^2+5) = 6(6k+1)(6k^2+2k+1) \in \mathbb{Z} \% \Rightarrow$ — — — (Siisenninjäät)
 $3^\circ m=6k+2: m(m^2+5) = 6(3k+1)(12k^2+8k+3) \in \mathbb{Z} \% \Rightarrow$ — — — on totti
 $4^\circ m=6k+3: m(m^2+5) = 6(2k+1)(18k^2+18k+7) \in \mathbb{Z} \% \Rightarrow$ — — — (11-muunnella)
 $5^\circ m=6k+4: m(m^2+5) = 6(3k+2)(12k^2+16k+7) \in \mathbb{Z} \% \Rightarrow$ — — —
 $6^\circ m=6k+5: m(m^2+5) = 6(6k+5)(6k^2+10k+5) \in \mathbb{Z} \% \Rightarrow$ — — —
 TAI: $1^\circ m \equiv 0 \pmod{6}: m(m^2+5) \equiv 0 \cdot (0^2+5) \equiv 0 \pmod{6} \%.$
 $2^\circ m \equiv 1 \pmod{6}: m(m^2+5) \equiv 1 \cdot (1^2+5) \equiv 6 \equiv 0 \pmod{6} \%.$
 $3^\circ m \equiv 2 \pmod{6}: m(m^2+5) \equiv 2 \cdot (2^2+5) \equiv 18 \equiv 0 \pmod{6} \%.$

$4^\circ m \equiv 3 \pmod{6}: m(m^2+5) \equiv 3 \cdot (3^2+5) \equiv 42 \equiv 0 \pmod{6} \%.$
 $5^\circ m \equiv 4 \pmod{6}: m(m^2+5) \equiv 4 \cdot (4^2+5) \equiv 84 \equiv 0 \pmod{6} \%.$
 $6^\circ m \equiv 5 \pmod{6}: m(m^2+5) \equiv 5 \cdot (5^2+5) = 150 \equiv 0 \pmod{6} \%.$
 $10-6^\circ \Rightarrow$ väite

8. $6^2 = 36 \equiv 6 \pmod{10}$
 $6^3 = 6^2 \cdot 6 \equiv 6 \cdot 6 \equiv 6 \pmod{10}$
 $6^4 = 6^3 \cdot 6 \equiv 6 \cdot 6 \equiv 6 \pmod{10}$
 \vdots
 $6^m \equiv 6 \pmod{10}, m=1,2,3,\dots$
 $6^{1314} + 7^{4832} = 6^{1314} + (7^2)^{2416} = 6^{1314} + 49^{2416} \pmod{10}$
 $\stackrel{(*)}{=} 6 + (-1)^{2416} \equiv 6 + 1 \equiv 7 \pmod{10}$
 \Rightarrow viimeinen numero: 7

9. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$
 $n = \text{int}(\text{input}(\text{"Anna arvoittavien pisteiden lukumäärä: "}))$
 import random
 alle = 0
 for i in range(1, n+1):
 $x = 2 * \text{random.random}()$
 $y = 9 * \text{random.random}()$
 if $y < x**4 - 2 * x**2 + 1$:
 alle += 1
 print("Käyrän alle tuli arvoituksia", n, "pisteestä", alle,
 "pistettä, joten pinta-ala on noin", round(alle/n * 18, 3))

Huom. Pinta-ala tarkka arvo (MAA7) $A = \int_0^2 f(x) dx = \frac{46}{15} \approx 3,067$

10. $\begin{cases} \frac{m}{3} = 2^2 \\ \frac{m}{5} = 3^3 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$
 \Rightarrow luvussa m on oltava ainakin alkulukutekijät 3 ja 5
 a) m on mahdollisimman pieni \Rightarrow luvussa m ei ole muita alkulukutekijöitä kuin 3 ja 5 $\Rightarrow m = 3^a \cdot 5^b, a, b \in \mathbb{Z}_+$
 $\begin{cases} \frac{m}{3} = 3^{a-1} \cdot 5^b = 2^2 \\ \frac{m}{5} = 3^a \cdot 5^{b-1} = 3^3 \end{cases} \Rightarrow a-1 \text{ ja } b \text{ ovat parillisia} \Rightarrow a \text{ pariton, } b \text{ parillinen}$
 $\Rightarrow a=3, b=4 \Rightarrow m = 3^3 \cdot 5^4 = 16\,875$