b) n toiseksi pienin posit. kok. luku

Jos luvussa n on vain alkulukutekijöitä 3 ja 5 on seuraavat ehdot täyttävä luku: $\begin{cases} n = 3^9 \cdot 5^4 = 12\,301\,875 & \text{tai} \\ n = 3^3 \cdot 5^{10} = 263\,671\,875 \end{cases}$

Jos luvussa n on lisäksi jokin muu alkulukutekijä, sen on oltava 2 (n mahd. pieni) $\Rightarrow n = 3^3 \cdot 5^4 \cdot 2^6 = 1\,080\,000$

Näistä ehdokkaista pienin on $n = \underline{1\,080\,000}$

9.' <u>Väite</u> $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

<u>Tod.</u> Vastaväite: $\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad | \cdot b$, $a, b \in \mathbb{Z}$, olet. $\frac{a}{b}$ on supistettu muoto

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\, b = a \quad |()^2 \Leftrightarrow 2b^2 = a^2$

$2b^2$ on parillinen $\Rightarrow a^2$ on parillinen $\Rightarrow a$ on parillinen

$\Rightarrow 2b^2 = a^2 = (2k)^2 = 4k^2 \quad |:2 \quad \Leftrightarrow b^2 = 2k^2$

$\Rightarrow b^2$ on parillinen $\Rightarrow b$ on parillinen

Siten a ja b ovat molemmat parillisia, joten $\frac{a}{b}$ voidaan supistaa luvulla 2 ↯ ristiriita koska oletettiin että $\frac{a}{b}$ on valmiiksi supistettu muoto

$\Rightarrow$ vastaväite on epätosi $\Rightarrow$ väite on tosi

⌜TAI: $\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad |()^2 \quad | \cdot b^2 \quad \Leftrightarrow 2b^2 = a^2$

Kokonaisluvut a ja b voidaan kirjoittaa alkulukujen tulona tarkallen yhdellä tavalla.

- luvussa a^2 on alkuluku 2 parillinen määrä
- — " — b^2 — " — $\rightarrow$ luvussa $2b^2$ on alkuluku 2 pariton määrä

Siten yhtälössä $2b^2 = a^2$ alkuluku 2 on vasemmalla ja oikealla puolella eri määrä ↯ ristiriita koska alkulukujen tulon on yksikäsitteinen ⌟

MAA 11 22.5.2026

1. A: "pelilaudan nappi on punainen", B: "pelilaudan on vilkuttanut", C: "pelilaudan lämpötilat eivät ole terveellisiä"

a) $A \Rightarrow (B \vee C)$, b) $(\neg B \wedge A) \Rightarrow C$, c) $(\neg C \wedge A) \Rightarrow B$

2. 17.5.1962 → 17.5.2023 ⇒ karkaustapahtumia (29.2): 15 kpl (1964, 1968, ..., 2020)

⇒ päiviä: $61 \cdot 365 + 15 = 22\,280 = 3182 \cdot 7 + 6$ (3182 täyttä viikkoa)

⇒ viikonpäivä on siirtynyt 6 päivää eteenpäin

Koska 17.5.2023 oli keskiviikko, 17.5.1962 oli <u>torstai</u>

3. a)

$$\begin{array}{l} \frac{6600}{180} \\ \frac{180}{120} \\ \frac{120}{60} \end{array} \quad \begin{array}{l} : \quad 6600 = 36 \cdot 180 + 120 \\ : \quad 180 = 1 \cdot 120 + 60 \\ : \quad 120 = 2 \cdot 60 \end{array}$$

$\Rightarrow \text{syt}(6600, 180) = \underline{60}$

$\text{pyj}(6600, 180) = \frac{6600 \cdot 180}{60} = \underline{19\,800}$

b) $\left.\begin{array}{l} 6600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \\ 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow \text{syt}(6600, 180) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{60}$

$\text{pyj}(6600, 180) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11 = \underline{19\,800}$

4. A: "Kasper on syytön", B: "Jesper on syytön", C: "Joonatan on syytön"

A	B	C	$\neg(B \Rightarrow C)$	$A \Leftrightarrow (B \wedge \neg C)$
1	1	1	0 (¬1)	0 (1 ⇔ 0)
1	1	0	1 (¬0)	1 (1 ⇔ 1) ←
1	0	1	0 (¬1)	0 (1 ⇔ 0)
1	0	0	0 (¬1)	0 (1 ⇔ 0)
0	1	1	0 (¬1)	1 (0 ⇔ 0)
0	1	0	1 (¬0)	0 (0 ⇔ 1)
0	0	1	0 (¬1)	1 (0 ⇔ 0)
0	0	0	0 (¬1)	1 (0 ⇔ 0)

Todistajat luotettavia

⇒ 2. vaatimus

⇒ <u>Joonatan on yksin syyllinen</u>

4.' Peräkkäiset parittomat kokonaisluvut: $2k+1$, $2k+3$

$\Rightarrow (2k+1) + (2k+3) = 4k + 4 = 4\underbrace{(k+1)}_{\in \mathbb{Z}}$ ✓ ⇒ on jaollinen luvulla 4

5. S: "huomenna sataa", T: "huomenna tuulee"

S	T	a) $S \vee (\neg T \Rightarrow \neg S)$	b) $S \vee (\neg S \Rightarrow T)$	c) $(\neg S \wedge \neg T) \vee (S \Rightarrow \neg T)$
1	1	1 (1 ∨ 1)	1 (1 ∨ 1)	0 (0 ∨ 0)
1	0	1 (1 ∨ 0)	1 (1 ∨ 1)	1 (0 ∨ 1)
0	1	1 (0 ∨ 1)	1 (0 ∨ 1)	1 (0 ∨ 1)
0	0	1 (0 ∨ 1)	0 (0 ∨ 0)	1 (1 ∨ 1)
		<u>on tautologia</u> koska on aina tosi	<u>ei ole tautologia</u> koska ei ole aina tosi	<u>ei ole tautologia</u> koska ei ole aina tosi