Huom. Edellisen esimerkin mukaisesti on aina syt(a,b) · pyj(a,b) = a · b

7.7 a) $24 = 2\cdot 12 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3 = 2^3\cdot 3$

$90 = 9\cdot 10 = 3^2\cdot 2\cdot 5 = 2\cdot 3^2\cdot 5$

b) $\text{syt}(24,90) = 2\cdot 3 = 6$

$\text{pyj}(24,90) = 2^3\cdot 3^2\cdot 5 = 360$

c) $24\cdot 90 = (2^3\cdot 3)\cdot(2\cdot 3^2\cdot 5) = (2\cdot 3)\cdot(2^3\cdot 3^2\cdot 5) = \text{syt}(24,90)\cdot \text{pyj}(24,90)$

Esim. Osoita, että $3^4\cdot 5^6\cdot 11^2$ on kokonaisluvun neliö.

Ratk. $3^4\cdot 5^6\cdot 11^2 = (3^2\cdot 5^3\cdot 11)^2 = 12\,375^2$

Yleisesti Kokonaisluku n on kokonaisluvun neliö (k:s potenssi)
$\Leftrightarrow$ luvun n alkulukuhajotelmassa jokaisen alkuluvun eksponentti on parillinen (jaollinen luvulla k)

7.10 $2\cdot 3^{11}\cdot 4^5\cdot 6^9 = 2\cdot 3^{11}\cdot (2^2)^5\cdot(2\cdot 3)^9 = 2\cdot 3^{11}\cdot 2^{10}\cdot 2^9\cdot 3^9$
$= 2^{20}\cdot 3^{20} = (2^{10}\cdot 3^{10})^2 = 60\,466\,176^2$

Esim. Määritä pienin kokonaisluku $n > 1$ joka on kokonaisluvun neliö ja kuutio.

Ratk. Luvussa n on oltava ainakin yksi alkulukutekijä }
n oltava mahd. pieni }
$\Rightarrow$ n:ssä on vain alkuluku 2 $\Rightarrow n = 2^k$
n on kokonaisluvun neliö ja kuutio $\rightarrow$ k on jaollinen luvuilla 2 ja 3
n mahd. pieni $\Rightarrow k = 6$ $\Rightarrow n = 2^6 = \underline{64}$

7.11 Olet. $p \geq 3$ alkuluku
Väite p^2-1 on jaollinen luvulla 4
Tod. $\ulcorner$ $3^2-1 = 8 = 4\cdot 2$ ✓
$5^2-1 = 24 = 4\cdot 6$ ✓
$7^2-1 = 48 = 4\cdot 12$ ✓ jopa luvulla 8
⋮ $\lrcorner$

$p^2-1 = p^2-1^2 = (p-1)(p+1) = 2\cdot t\cdot 4\cdot k = 8\cdot \underbrace{tk}_{\in\mathbb{Z}}$ $\Rightarrow$ on jaollinen

p alkulukuna (≥ 3) pariton $\rightarrow$ $p-1$ ja $p+1$ ovat 2 peräkkäistä parillista lukua $\rightarrow$ kisteen toinen niistä on jaollinen luvulla 4