- 3 $\Leftrightarrow$ numeroiden summa on jaollinen 3:lla
- 4 $\Leftrightarrow$ 2 viimeisen numeron muodostama luku on jaollinen 4:llä $(100 = 25 \cdot 4)$
- 5 $\Leftrightarrow$ viimeinen numero on 0 tai 5
- 6 $\Leftrightarrow$ luku on jaollinen 2:lla ja 3:lla
- 8 $\Leftrightarrow$ 3 viimeistä numeroa on jaollinen luvulla 8 $(1000 = 125 \cdot 8)$
- 9 $\Leftrightarrow$ numeroiden summa on jaollinen luvulla 9
- 10 $\Leftrightarrow$ viimeinen numero $= 0$
- 12 $\Leftrightarrow$ luku on jaollinen luvuilla 3 ja 4 $(12 = 3 \cdot 4,\ \text{syt}(3,4) = 1)$

7. Alkuluvut

Seuraavassa luvut ovat positiivisia kokonaislukuja $(1, 2, 3, \ldots)$

Määr. Luku p (≥ 2) on alkuluku (prime) $\Leftrightarrow$ p on jaollinen vain luvuilla 1 ja p

Alkulukuja: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, \ldots$

Lause Luku n on alkuluku jos mikään alkuluvuista p joille $p < \sqrt{n}$ ei ole luvun n tekijä

Esim. Onko 347 alkuluku?

Ratk. $\sqrt{347} \approx 18{,}6$ $\Rightarrow$ riittää tutkia jaollisuus alkuluvuilla $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17$ (7 kpl)

Mikään yo. alkuluvuista ei ole luvun 347 tekijä $\Rightarrow$ 347 on alkuluku

Esim. $180 = 10 \cdot 18 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 9 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Lause (aritmetiikan peruslause) Jokainen luku $n > 1$ voidaan esittää alkulukujen tulona täsmälleen yhdellä tavalla

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdots p_k^{k_k}$$

missä p_i:t ovat keskenään erisuuria alkulukuja ja $k_i \in \mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$

Esim.
$$\begin{cases} 270 = 27 \cdot 10 = 3^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\ 612 = 2 \cdot 306 = 2 \cdot 3 \cdot 102 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 34 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 17 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $\text{syt}(270, 612) = 2 \cdot 3^2 = 18$ (pienin eksponentti joka on molemmissa luvuissa)

$\text{pyj}(270, 612) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 17 = 9180$ (suurin eksponentti joka on jommassa kummassa)