b) $51^{2018} \left(= \underbrace{51\cdot 51}_{\substack{2601 \\ \equiv 1 \pmod{100}}} \cdot \underbrace{51\cdot 51}_{2601} \cdot \underbrace{51\cdot 51}_{2601} \cdots \cdot 51 \right) = 51^{2\cdot 1009}$

$$= (51^2)^{1009} = 2601^{1009} \overset{*}{\equiv} 1^{1009} = 1 \pmod{100}$$

⌈ (*) $2601 \equiv 1 \pmod{100}$ ⌋

$\Rightarrow$ luvun 51^{2018} loppu : <u>01</u>

6.22 $16\cdot 7^{2n} - 28\cdot 3^{2n+3} = 16\cdot(7^2)^n - 28\cdot 3^3\cdot(3^2)^n$

$$= 16\cdot 49^n - 28\cdot 27\cdot 9^n$$

$$\overset{*}{\equiv} 1\cdot(-1)^n - 3\cdot 2\cdot(-1)^n = (-1)^n(1-6)$$

$$= -5\cdot(-1)^n \overset{*}{\equiv} 0\cdot(-1)^n \equiv 0 \pmod 5$$ $\Rightarrow$ väite

⌈ (*) $16\equiv 1,\ 49\equiv -1,\ 28\equiv 3,\ 27\equiv 2,\ 9\equiv -1 \pmod 5$
$-5 \equiv 0 \pmod 5$ ⌋

<u>Esim.</u> Onko 584769 jaollinen luvulla 3?

<u>Ratk.</u> $5\cdot 10^5 + 8\cdot 10^4 + 4\cdot 10^3 + 7\cdot 10^2 + 6\cdot 10 + 9$

$$\overset{*}{\equiv} 5\cdot 1^5 + 8\cdot 1^4 + 4\cdot 1^3 + 7\cdot 1^2 + 6\cdot 1 + 9$$ ⌈ (*) $10 \equiv 1 \pmod 3$ ⌋

$$= 5+8+4+7+6+9$$

$$\equiv -1-1+1+1+0+0 = 0 \pmod 3$$

$\Rightarrow$ <u>on</u> jaollinen luvulla 3

<u>Yleisesti</u> Kokonaisluku on jaollinen luvulla 3
$\Leftrightarrow$ luvun numeroiden summa on jaollinen luvulla 3

<u>Huom.</u> Vastaava tulos pätee luvulle 9 koska $10 \equiv 1 \pmod 9$.

<u>Lause</u> Olkoon a, b ja c kokonaislukuja joille $\text{syt}(b, c) = 1$.
Tällöin a on jaollinen luvulla $b\cdot c$ $\Leftrightarrow$ a on jaollinen luvuille b ja c

<u>Seuraus</u> Kokonaisluku on jaollinen luvulla 6 $\Leftrightarrow$ luku on jaollinen luvuilla 2 ja 3 $(6 = 2\cdot 3,\ \text{syt}(2,3)=1)$

Jaollisuussääntöjä: Luku on jaollinen luvulla
- 2 $\Leftrightarrow$ viimeinen numero on parillinen