

- 4.13 a) $\frac{51}{2} \Rightarrow$ osamäärä: 25, jätöjäännös: 1
 \Rightarrow jätöyhdtalo $51 = 2 \cdot 25 + 1$
- b) $\frac{93}{3} \Rightarrow$ osamäärä: 31, jätöjäännös: 0
 \Rightarrow jätöyhdtalo: $93 = 3 \cdot 31$
- c) $\frac{103}{4} \Rightarrow$ osamäärä: 25, jätöjäännös: 3
 \Rightarrow jätöyhdtalo: $103 = 4 \cdot 25 + 3$
- d) $\frac{1005}{8} \Rightarrow$ osamäärä: 125, jätöjäännös: 5
 \Rightarrow jätöyhdtalo: $1005 = 8 \cdot 125 + 5$

4.19 $3^2 - 1 = 8 \quad \%$
 $5^2 - 1 = 24 = 3 \cdot 8 \quad \%$
 $7^2 - 1 = 48 = 6 \cdot 8 \quad \%$
 $1^2 - 1 = 0 = 0 \cdot 8 \quad \%$
 \vdots

$m^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 1 + 1^2 - 1 = 4k^2 + 4k$
 \uparrow
 m pariton $\rightarrow m = 2k + 1$
 $= 4 \cdot k(k + 1) = 4 \cdot 2t = 8t, t \in \mathbb{Z}$
 $\uparrow \quad \uparrow$
 2 peräkkäistä kokonaisluvun
 \rightarrow jompikumpi on jollain luvulla
 2

$\Rightarrow m^2 - 1$ on jollain luvulla 8 \Rightarrow väite

4.18 a) Olet. $c | a$
Väite $c | ma$
Tod. olet. $\Rightarrow a = ck \quad | \cdot m \Rightarrow ma = mck = \underbrace{(mk)}_{\in \mathbb{Z}} c, k \in \mathbb{Z}$
 $\Rightarrow c | ma \Rightarrow$ väite

Esim. $2 | 6 \Rightarrow 2 | 18$

b) Olet. $c | a$ ja $c | b$
Väite $c | a + b$
Tod. olet. $\Rightarrow a = kc, b = mc, k, m \in \mathbb{Z}$
 $a + b = kc + mc = c(k + m) \Rightarrow c | a + b \Rightarrow$ väite m.o.t.

c) Olet. $c | a$ ja $c | b$
Väite $c | a + b$
Tod. Väiteväite $c | a + b \Rightarrow a + b = kc$
Olet. $c | a \Rightarrow a = mc \nearrow$ ni.