(II) n on jokin seuraavista muodoista

1° $n \equiv 0 \pmod 5$: $n^5 - n \equiv 0^5 - 0 \equiv 0 \pmod 5$ ✓ on jäll.

2° $n \equiv 1 \pmod 5$: $n^5 - n \equiv 1^5 - 1 \equiv 0 \pmod 5$ ✓ kuten 5

3° $n \equiv 2 \pmod 5$: $n^5 - n \equiv 2^5 - 2 = 32 - 2 = 30 \equiv 0 \pmod 5$ ✓ -"-

4° $n \equiv 3 \pmod 5$: $n^5 - n \equiv 3^5 - 3 = 243 - 3 = 240 \equiv 0 \pmod 5$ ✓ -"-

5° $n \equiv 4 \pmod 5$: $n^5 - n \equiv 4^5 - 4 = 1024 - 4 = 1020 \equiv 0 \pmod 5$ ✓ -"-

1°-5° $\Rightarrow$ väite

(III) $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n((n^2)^2 - 1^2)$

$= n(n^2 - 1^{\in 1^2})(n^2 + 1)$

$= n(n-1)(n+1)(n^2+1)$

$\overset{(*)}{=} n(n-1)(n+1)(n^2 - 4^{\in 2^2}) \pmod 5$

$= n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2) \equiv 0 \pmod 5$

Tulossa on tarkalleen yksi 5:llä jaollinen luku

$\rightarrow$ tulo on jaollinen 5:llä

[(*) $1 \equiv -4 \pmod 5$] $\Rightarrow$ väite

Esim. Minä merkkipäivänä olen syntynyt?

Ratk. 18. merkkipäivään 30.4.2024 on tiistai

30.4.2006 ... 30.4.2024 oli karkausvuosia (2008, -12, -16, -20, -24)

$\Rightarrow$ 5 karkauspäivää

$\Rightarrow$ 18-merkkipäivään olen : $18 \cdot 365 + 5 = 6575 = 939 \cdot 7 + 2$

Alkuluvut

Seuraavassa luvut ovat positiivisia kokonaislukuja ($\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$)

Määr. Luku p (≥ 2) on alkuluku (prime) jos sen ainoat tekijät ovat 1 ja p.

Alkulukuja: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

Lause Luku n on alkuluku jos mikään alkuluvuista p jolle $p \leq \sqrt{n}$ ei ole luvun n tekijä.

Esim. Onko 347 alkuluku?

Ratk. $\sqrt{347} \approx 18{,}6$ $\Rightarrow$ tutkittava jaollisuus alkuluvuille 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 (7 kpl)

Mikään yo. alkuluvuista ei ole luvun 347 tekijä $\Rightarrow$ 347 on alkuluku