kaksi peräkkäistä kokonaisluku
→ jompi kumpi on parillinen
→ $k(k+1) = 2t, t \in \mathbb{Z}$

$= 4 \cdot 2t = 8t \quad , t \in \mathbb{Z}$
⇒ on jaollinen luvulla 8 ⇒ väite m.o.t.

⌈ TAI: $n^2 - 1^{\leftarrow 1^2} = (n-1)(n+1)$

n pariton → 2 peräkkäistä parillista lukua
→ jompi kumpi niistä on jaollinen 4:llä

$= 2 \cdot 4 \underbrace{t}_{\in \mathbb{Z}} = 8t$ ⇒ väite ⌋

Jakoyhtälö: $a = qb + r \quad , 0 \le r < b$
⇒ jokainen luku $a \in \mathbb{Z}$ on jotakin seuraavista muodoista:
$qb, qb+1, qb+2, \dots, qb+(b-1)$ (b kpl)

Esim. $b = 2$ ⇒ muodot: $2k$ (parillinen) tai $2k+1$ (pariton)
$b = 3$ ⇒ muodot: $3k$, $3k+1$ tai $3k+2$

$(0, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots)$ $(1, 4, 7, \dots, -2, -5, \dots)$ $(2, 5, 8, \dots, -1, -4, \dots)$

Esim. Onko $n^3 - n$ aina jaollinen luvulla 3 kun n on kokonaisluku?

Ratk.
$$\left.\begin{aligned} 0^3 - 0 &= 0 = 0 \cdot 3\,\% \\ 1^3 - 1 &= 0 = 0 \cdot 3\,\% \\ 2^3 - 2 &= 6 = 2 \cdot 3\,\% \\ 3^3 - 3 &= 24 = 8 \cdot 3\,\% \\ &\vdots \end{aligned}\right\} \text{Väite voi olla tosi}$$

n on jotakin seuraavista muodoista:

1° $n = 3k$: $n^3 - n = (3k)^3 - 3k = 27k^3 - 3k = 3\underbrace{(9k^3 - k)}_{\in \mathbb{Z}}\,\%$
on jaollinen 3:lla

2° $n = 3k+1$: $n^3 - n = (3k+1)^3 - (3k+1) = (3k+1)(3k+1)^2 - (3k+1)$
$= (3k+1)(9k^2 + 6k + 1) - (3k+1)$
$= 27k^3 + 18k^2 + 3k + 9k^2 + 6k + 1 - 3k - 1$
$= 27k^3 + 27k^2 + 6k = 3\underbrace{(9k^3 + 9k^2 + 2k)}_{\in \mathbb{Z}}\,\%$
on jaollinen 3:lla