

b) Väite $a|b$ on jollin luvulle 12

Tod. $a|b = 282 \cdot 21t = 4 \cdot 72 \cdot 3 \cdot 7t = (4 \cdot 3) (72 \cdot 7t)$
 $= 12 (72 \cdot 7t) \Rightarrow$ on jollin 12:lla \Rightarrow väite
 $\in \mathbb{Z}$

4.13	jokuluvun	osamäärä	jokojonno	jokoyhtälö
a)	$\frac{51}{2}$	25	1	$51 = 2 \cdot 25 + 1$
b)	$\frac{93}{3}$	31	0	$93 = 3 \cdot 31$
c)	$\frac{103}{4}$	25	3	$103 = 4 \cdot 25 + 3$
d)	$\frac{1005}{8}$	125	5	$1005 = 8 \cdot 125 + 5$

4.18 a) Olet. $c|a \Rightarrow a = kc$

Väite $c|ma \Rightarrow ma = tc$

Tod. $ma = \underbrace{m \cdot kc}_{\in \mathbb{Z}} \Rightarrow c|ma \Rightarrow$ väite

esim. $2|6 \Rightarrow 2|5 \cdot 6$

b) Olet. $c|a$ ts. $a = kc$

$c|b$ ts. $b = tc$

Väite $c|a+b$ ts. $a+b = kc$

Tod. $a+b = kc + tc = \underbrace{(k+t)}_{\in \mathbb{Z}} c \Rightarrow c|a+b \Rightarrow$ väite

esim. $2|6$ ja $2|10 \Rightarrow 2|16$

c) Olet. $c|a$ ts. $a = kc$

$c \nmid b$ ts. c ei ole luvun b tekijä

Väite $c \nmid a+b$

Tod. Vastaväite: $c|a+b \Rightarrow a+b = tc$

$\Rightarrow b = tc - a = tc - kc = \underbrace{(t-k)}_{\in \mathbb{Z}} c \Rightarrow c|b$

\Rightarrow vastaväite epätosi \Rightarrow väite totti

4.19 Olet. m pariton ($m \in \mathbb{Z}$)

Väite $m^2 - 1$ on jollin luvulle 8.

Tod. $1^2 - 1 = 0 = 0 \cdot 8$

$3^2 - 1 = 8 = 1 \cdot 8$

$5^2 - 1 = 24 = 3 \cdot 8$

!

$m = 2k + 1$ pariton

$\Rightarrow m^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 1 + 1^2 - 1$
 $= 4k^2 + 4k = 4k(k + 1)$