

15. Omitaisderivaatat

$f = f(x, y)$
 $\partial_x f(x, y)$: derivaatan x :n suhteen, y vakio (TAI: $D_x f(x, y)$, $f'_x(x, y)$)
 $\partial_y f(x, y)$: $-1-$ y $-1-$, x $-1-$ (TAI: $D_y f(x, y)$, $f'_y(x, y)$)
 $(f''_{xy}(x, y))$

Esim. $f(x, y) = 5xy + x^2 - y^4$
 $f'_x(x, y) = 5y + 2x \Rightarrow f'_x(1, 2) = 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 12$
 $f'_y(x, y) = 5x - 4y^3 \Rightarrow f'_y(1, 2) = 5 \cdot 1 - 4 \cdot 2^3 = -27$

Mää. Olkoon $f(x, y)$ derivaattues tr. $f'_x(x, y)$ ja $f'_y(x, y)$ ovet olemassa.

(a, b) on f :n kriittinen piste $\Leftrightarrow f'_x(a, b) = f'_y(a, b) = 0$

Huom. Kriittinen piste vastaa 1 muuttujan funktion derivaatan 0-pistettä.

Kriittinen piste voi olla

1° ääriarvopiste (minimi- tai maksimipiste)

2° satulapiste (vastaa teräspistettä)

15.4 $f(x, y) = x^3 - y^2 - 3x + 2$

a) $\begin{cases} f'_x(x, y) = 3x^2 - 3 = 0 & | :3 \Rightarrow x^2 = 1 \quad | \sqrt{} \Rightarrow x = \pm 1 \\ f'_y(x, y) = -2y = 0 & | :(-2) \Rightarrow y = 0 \end{cases}$
 $\Rightarrow$ kriittiset pisteet: $(-1, 0)$ ja $(1, 0)$

b) $(-1, 0)$ maksimipiste, $(1, 0)$ satulapiste

15.7 $f(x, y) = 450 - \frac{x^2}{\frac{1}{1200}x^2} - \frac{y^2}{\frac{1}{1500}y^2}$

$f'_x(x, y) = -\frac{1}{600}x \Rightarrow f'_x(400, 200) = -\frac{400}{600} = -\frac{2}{3}$

$f'_y(x, y) = -\frac{1}{750}y \Rightarrow f'_y(400, 200) = -\frac{200}{750} = -\frac{4}{15}$

$-\frac{2}{3} < -\frac{4}{15} \Rightarrow$ x -arvoin muntean jyrkempi

16. Tasa-arvokäyrät

16.2 $f(x, y) = \frac{6}{2x+y}$

a) $2x+y \neq 0 \Rightarrow y \neq -2x$

b) $L_3: f(x, y) = \frac{6}{2x+y} = 3 \quad | \cdot \frac{2x+y}{3} \Rightarrow 2x+y = \frac{6}{3} = 2$
 $\Rightarrow y = -2x + 2$