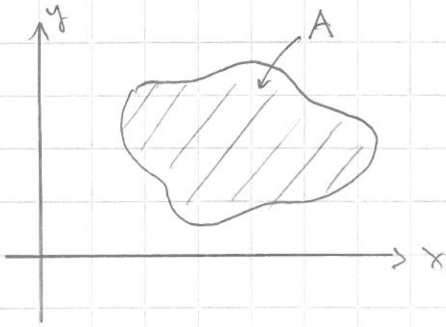
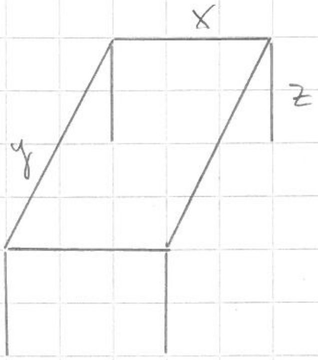
__Lause__



jatkuvan ja derivoituvan funktion $f(x,y)$ suurin ja pienin arvo alueessa A löytyvät:

- alueen A reunalta
- kriittisistä pisteistä A:ssa: $f'_x(x,y) = f'_y(x,y) = 0$

M1.

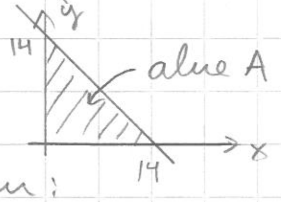


putkea kuluu: $2x + 2y + 4z = 28 \quad | :4$

$\Leftrightarrow z = 7 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ z = 7 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y \geq 0 \quad | \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow 14 - x - y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq -x + 14$$

$\Rightarrow$ suora $y = -x + 14$ ja sen alapuoli



Teräslevyä kuluu:

$$f(x,y) = \underbrace{xy}_{\text{katto}} + \underbrace{2yz}_{\text{sivuseinät}} + \underbrace{xz}_{\text{peräseinä}} = xy + 2y(7 - \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}y) + x(7 - \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}y)$$
$$= -\tfrac{1}{2}x^2 + 7x - y^2 + 14y - \tfrac{1}{2}xy$$

f jatk. ja deriv. alueessa A joten suurin arvo löytyy:

1° Kriittiset pisteet

$$\begin{cases} f'_x(x,y) = -x + 7 - \frac{1}{2}y = 0 \\ f'_y(x,y) = -2y + 14 - \frac{1}{2}x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 6 \Rightarrow f(4,6) = \underline{56}$$

2° Reuna

i) $y = 0: 0 \leq x \leq 14 \Rightarrow f(x,0) = -\frac{1}{2}x^2 + 7x = g(x)$, g jatk. ja deriv. väl. $[0,14]$

$g'(x) = -x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$

$g(0) = 0, \ g(14) = 0, \ g(7) = \underline{\frac{49}{2}}$

ii) $x = 0, \ 0 \leq y \leq 14 \Rightarrow f(0,y) = -y^2 + 14y = h(y)$

kuten i:ssä: $h(0) = 0, \ h(14) = 0, \ h(7) = \underline{49}$

iii) $y = -x + 14, \ 0 \leq x \leq 14 \quad (z = 0)$

$f(x, -x+14) = \underbrace{xy}_{\text{pelkkä katto}} = x(-x+14) = -x^2 + 14x = h(x)$

kuten ii: $h(0) = 0, h(14) = 0, h(7) = \underline{49}$

1° ja 2° $\Rightarrow$ teräslevyä kuluu enimmillään $\underline{56 \ m^2}$ (jolloin leveys $x = 4{,}0$ m, pituus $y = 6{,}0$ m ja korkeus $z = 7 - \frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 = 2{,}0$ m)