**Määr.** Funktion $f(x,y)$ gradienttivektori $\nabla f(x,y) = f'_x(x,y)\bar{i} + f'_y(x,y)\bar{j}$
($\nabla$: nabla)

**Huom.** 1° $\nabla f(x,y)$ on $xy$-tason vektori

2° Funktion $f(x,y)$ arvot kasvavat nopeimmin kun kohdasta $(x,y)$ lähdetään vektorin $\nabla f(x,y)$ suuntaan.

3° Kohdassa $(x,y)$ funktion suurin kasvunopeus $|\nabla f(x,y)|$.

K49. $f(x,y) = x^3 - 2xy^2 + x^2 - 4y$

a) $f'_x(x,y) = 3x^2 - 2y^2 + 2x \quad \Rightarrow f'_x(-2,3) = 3\cdot(-2)^2 - 2\cdot 3^2 + 2\cdot(-2) = -10$

$f'_y(x,y) = -4xy - 4 \quad \Rightarrow f'_y(-2,3) = -4\cdot(-2)\cdot 3 - 4 = 20$

$\Rightarrow \nabla f(-2,3) = f'_x(-2,3)\bar{i} + f'_y(x,y)\bar{j} = \underline{-10\bar{i} + 20\bar{j}}$

(tai $\frac{1}{10}\nabla f(x,y) = \underline{-\bar{i} + 2\bar{j}}$)

b) Suurimman kasvun nopeus:

$|\nabla f(-2,3)| = \sqrt{(-10)^2 + 20^2} = \sqrt{500} = \sqrt{100\cdot 5} = \underline{10\sqrt{5}}$ $(\approx 22{,}4)$

16.16 $f(x,y) = x - x^2 + y^2$

$f'_x(x,y) = 1 - 2x$

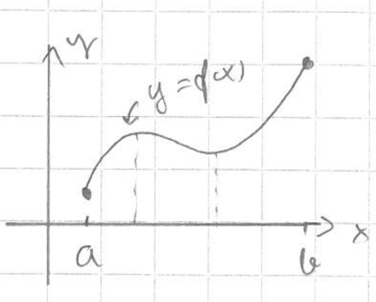
$f'_y(x,y) = 2y$

$\nabla f(x,y) = (1-2x)\bar{i} + 2y\bar{j}$

Suurin kasvunopeus: $|\nabla f(x,y)| = \sqrt{\underbrace{(1-2x)^2}_{\geq 0} + \underbrace{(2y)^2}_{\geq 0}}$

$|\nabla f(x,y)|$ on pienin: $\sqrt{0^2+0^2} = 0$

kohdassa: $\begin{cases} 1-2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \\ 2y = 0 \Leftrightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{(\frac{1}{2}, 0)}$




$f$ (jatkuva ja) derivoituva välillä $[a,b]$
$f$:n suurin ja pienin arvo voi löytyä
- välin päätekohdat $a$ ja $b$
- $f'$:n 0-kohdat