Huom. Kriittinen piste vastaa 1 muuttujan funktion deriveatan 0-kohtaa. Kriittinen piste voi olla
1° ääriarvokohta (maksimi- tai minimikohta)
2° satulapiste ("sipsipiste") (vastaa terassikohtaa)

15.4 a) $f(x,y) = x^3 - y^2 - 3x + 2$

$$\begin{cases} f'_x(x,y) = 3x^2 - 3 = 0 \iff x^2 = 1 \quad |\sqrt{\ } \iff x = \pm 1 \\ f'_y(x,y) = -2y = 0 \iff y = 0 \end{cases}$$

kriittiset pisteet: $(1,0)$ ja $(-1,0)$

satulapiste maksimikohta

15.7 $f(x,y) = 450 - \frac{x^2}{1200} - \frac{y^2}{1500} = 450 - \frac{1}{1200}x^2 - \frac{1}{1500}\cdot y^2$

$f(400,200, f(400,200)) = (400,200,290)$

$f'_x(x,y) = -\frac{2}{1200}\cdot x \quad \Rightarrow k_{t_1} = f'_x(400,200) = -\frac{2}{3} < 0$

$f'_y(x,y) = -\frac{2}{1500}\cdot y \quad \Rightarrow k_{t_2} = f'_y(400,200) = -\frac{4}{15} < 0$

$k_{t_1} < k_{t_2} \Rightarrow$ positiivisen x-akselin suuntaan

16. Tasa-arvokäyrät

16.2 $f(x,y) = \frac{6}{2x+y}$

a) $2x + y \neq 0 \iff y \neq -2x$

b) $f(x,y) = \frac{6}{2x+y} = 3 \quad | \cdot \frac{2x+y}{3} \iff 2x + y = \frac{6}{3} = 2$

L_3

$\iff y = -2x + 2$

Yleisesti Funktion $f(x,y)$ tasa-arvojoukko L_c
$(x,y) \in L_c \iff f(x,y) = c$

16.8 $f(x,y) = 5 - \underbrace{(x+7)^2}_{\geq 0} - \underbrace{y^2}_{\geq 0}$

a) suurin arvo: $5 - 0^2 - 0^2 = 5$

b) suurin arvo saadaan kohdasse $(-7,0)$

b) $f(x,y) = 5 - \underbrace{(x+7)^2}_{\geq 0} - \underbrace{y^2}_{\xrightarrow{y\to\infty} \infty} \xrightarrow{y\to\infty} 5 - \infty = -\infty$

$\Rightarrow$ ei ole pienintä arvoa