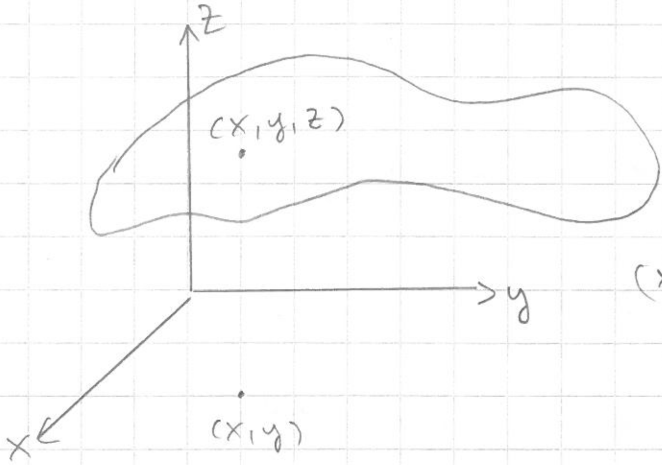
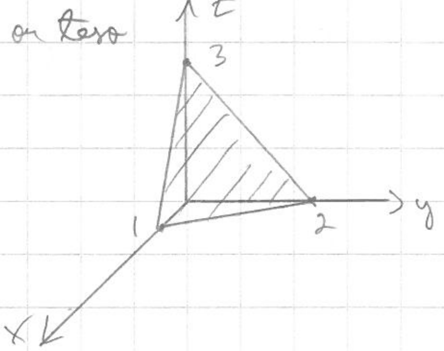
Yleisesti: Funktion $f(x,y)$ määrittelyjoukko on xy-taso tai sen osa.
Merk. $z = f(x,y) \Rightarrow$ <u>kuvaajana</u> on xyz-koordinaatiston <u>pinta</u>



(x,y,z) on pinnalle $\Leftrightarrow z = f(x,y)$

Esim. $f(x,y) = 2 - 2x - y \overset{\text{merk.}}{=} z \quad \Leftrightarrow \quad 2x + y + z - 2 = 0$
$\Rightarrow$ kuvaajana on taso



$(x,0,0): \ 2x - 2 = 0 \ \Leftrightarrow x = 1$
$(0,y,0): \ y - 2 = 0 \ \Leftrightarrow y = 2$
$(0,0,z): \ z - 2 = 0 \ \Leftrightarrow z = 2$

14.4 a) $6x - y + 2z = 4 \quad \Leftrightarrow 2z = -6x + y + 4 \quad | :2$
$\Leftrightarrow z = \underline{f(x,y) = -3x + \frac{1}{2}y + 2}$

b) $f(x,y) = -3x + \frac{1}{2}y + 2 = 0 \quad | \cdot 2 \quad \Leftrightarrow \underline{y = 6x - 4}$ suora

Kyseessä on alkuperäisen tason ja xy-tason $(z=0)$ leikkaussuora

15. <u>Osittaisderivaatat</u>

$f = f(x,y)$
$\partial_x f(x,y)$: derivoidaan x:n suhteen, y vakio (TAI: $D_x f(x,y)$, $f'_x(x,y)$)
$\partial_y f(x,y)$: — " — y — " — x — " — (TAI: $D_y f(x,y)$, $f'_y(x,y)$)

Esim. $f(x,y) = 5xy + x^2 - y^4$
$f'_x(x,y) = 5y + 2x \quad \Rightarrow f'_x(1,2) = 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 12$
$f'_y(x,y) = 5x - 4y^3 \quad \Rightarrow f'_y(1,2) = 5 \cdot 1 - 4 \cdot 2^3 = -27$

Määr. Olkoon $f(x,y)$ derivoituva ts. $f'_x(x,y)$ ja $f'_y(x,y)$ ovat olemassa
(a,b) on f:n <u>kriittinen piste</u>
$\Leftrightarrow f'_x(a,b) = f'_y(a,b) = 0$