

FY8 Aina, säteily ja kvantittuminen

1.11 a) $f = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$
 $E = hf = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 1,2 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{s}} = 7,95128 \cdot 10^{-16} \text{ J}$
 $= 8,0 \cdot 10^{-16} \text{ J} (= 4962,79 \text{ eV} = 5,0 \text{ keV})$

b) $\lambda = 150 \text{ nm}$
 $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{150 \text{ nm}}$
 $= 1,32430 \cdot 10^{-27} \text{ J} = 1,3 \cdot 10^{-27} \text{ J} (= 8,3 \text{ meV})$

c) $E = 16,9 \text{ eV}$
 i) $E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{16,9 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$
 $= 7,33632 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 73,4 \text{ nm}$
 ii) röntgen- tai UV-alueella

2.13

$\psi \rightarrow \ominus \Rightarrow \int \psi^* \psi d\tau = 1$ $f_1 = 6,9 \cdot 10^{21} \text{ Hz}$
 $f_2 = 2,2 \cdot 10^{21} \text{ Hz}$

a) Kysessä on Comptonin ilmiö eli fotonin ja saajan elektronin välinen kimmoisa tapaus.

b) $E_1 = hf_1 = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 6,9 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{s}} = 4,57199 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
 $= 2,85360 \cdot 10^7 \text{ eV} = 29 \text{ MeV}$
 $E_2 = hf_2 = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,2 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{s}} = 1,45774 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
 $= 9,09845 \cdot 10^6 \text{ eV} = 9,1 \text{ MeV}$

c) Comptonin ilmiössä liike-energia säilyy:
 $E_e = E_1 - E_2 = 28,5360 \text{ MeV} - 9,09845 \text{ MeV}$
 $= 19,43755 \text{ MeV} = 19 \text{ keV}$

1.13 $\lambda = 480 \text{ nm}$
 a) $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{480 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$
 $= 4,13842 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,1 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,58299 \text{ eV} = 2,6 \text{ eV}$

b) $g = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{480 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,38043 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 1,4 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

2.16

$\lambda_1 = 611 \text{ nm}$; $U_1 = 0,31 \text{ V}$; $\lambda_2 = 489 \text{ nm}$

$\leftarrow \vec{n}_{\text{max}} \rightarrow \vec{E} \leftarrow \vec{v} \rightarrow$ $\vec{E} \perp \vec{v}$

Sähköisen voiman tekemä työ pyörittää nopeimmankin elektronin, työpäälle:
 $W = \Delta E_e \Rightarrow -eU = 0 - E_e^{\text{max}} \Rightarrow eU = E_e^{\text{max}}$

Valosähköilmiössä osa fotonin energiasta menee elektronin irrottamiseen ja loput sen liike-energiaksi:
 $hf = h \frac{c}{\lambda} = W_0 + E_e^{\text{max}} = W_0 + eU$
 $\Rightarrow W_0 = h \frac{c}{\lambda_1} - eU_1 = h \frac{c}{\lambda_2} - eU_2$

$\Rightarrow U_2 = \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) + U_1$
 $= \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \left(\frac{1}{489 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - \frac{1}{611 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \right) + 0,31 \text{ V}$
 $\approx 0,816261 \text{ V} \approx 0,82 \text{ V}$

1.14 $\lambda = 532 \text{ nm}$, $P = 200 \text{ mW}$, $t = 1 \text{ h}$

$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nhc}{\lambda t}$ | $\frac{t \lambda}{hc}$

$\Rightarrow n = \frac{Pt \lambda}{hc} = \frac{200 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 1 \text{ h} \cdot 532 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$
 $= 5,35631 \cdot 10^{17} = 5 \cdot 10^{17}$

1.17 $\lambda = 580 \text{ nm}$, $P = 75 \text{ W}$, $t = 1 \text{ h}$

a) $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{580 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$
 $\approx 3,42490 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,13766 \text{ eV} = 2,1 \text{ eV}$

b) $P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t}$ | $\frac{t}{hf}$
 $\Rightarrow n = \frac{Pt}{hf} = \frac{75 \text{ W} \cdot 1 \text{ h}}{3,42490 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,18984 \cdot 10^{20} \approx 2,2 \cdot 10^{20}$

c) yhden fotonin energia ja liikemäärä ovat niin pieniä ettei niitä pysty aistimaan.

2.18

a) $\lambda = 365 \text{ nm}$, $I = 6,0 \mu\text{W/m}^2$, $W_0 = 1,9 \text{ eV}$

Valosähköilmiössä osa fotonin energiasta menee elektronin irrottamiseen ja loput sen liike-energiaksi
 $hf = h \frac{c}{\lambda} = W_0 + E_e^{\text{max}}$
 $\Rightarrow E_e^{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{365 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,9 \text{ eV}$
 $= 1,49681 \text{ eV}$

Siten $E_e : 0 \text{ eV} \dots 1,5 \text{ eV}$

b) i) $\lambda \rightarrow 2\lambda$: Fotonin energia
 $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 365 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$
 $= 2,72115 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,69841 \text{ eV} < W_0$
 \Rightarrow ei tapahtua valosähköilmiötä

ii) $I \rightarrow 2I$
 Intensiiteetti ei riitä yksittäisen fotonin energian vaan ainoastaan fotonien lukumäärän. Siten elektronien lukumäärä 2-kertaistuu mutta niiden liike-energia ei muutu.

2.12 a) Valkoisen valon (400nm ... 700nm) fotonien suurin energia:
 $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$
 $= 4,96611 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 3,09960 \text{ eV} \approx 3,1 \text{ eV}$

$E > W_0(K) \Rightarrow K$: aiheuttaa
 $E < W_0(AL) \Rightarrow AL$: ei aiheuta

Γ_{TAI} : $W_0 = hf_0 = h \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$
 $\lambda_0(K) = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,24 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5,53499 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 553 \text{ nm}$

3.12

$\lambda = 4,35 \frac{\text{nm}}{\text{s}}$

De Broglie'n aallonpituus:
 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{3,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4,35 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,67216 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 $\approx 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$\lambda_0(AL) = \dots = 2,95199 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 295 \text{ nm}$
 Valkoisen valo (400nm ... 700nm) $\Rightarrow K$: joo, AL : ei

b) $W_0 = 4,20 \text{ eV}$, $\lambda = 210 \text{ nm}$, $E_e^{\text{max}} = ?$

Valosähköilmiössä osa fotonin energiasta menee elektronin irrottamiseen ja loput sen liike-energiaksi:
 $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = W_0 + E_e^{\text{max}}$

$\Rightarrow E_e^{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{210 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 4,20 \text{ eV}$
 $= 1,70399 \text{ eV} = 1,7 \text{ eV}$

3.14

a) $\lambda = 960 \text{ nm}$
 $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{960 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$
 $= 2,06921 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 2,1 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,29150 \text{ eV} \approx 1,3 \text{ eV}$

b) $\lambda = 1,0 \frac{\text{nm}}{\text{s}}$
 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,0 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,96149 \cdot 10^{-13} \text{ m}$
 $\approx 4,0 \cdot 10^{-13} \text{ m}$