7.8 a) $f = 880\ Hz \Rightarrow$ värähtelee 880 kertaa sekunnissa

b) $T = \frac{32,4\ s}{23} \approx 1,4087\ s \approx 1,4\ s$

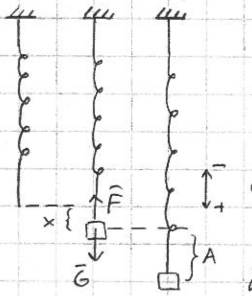
$f = \frac{23}{32,4\ s} \approx 0,709877\ \frac{1}{s} \approx 0,71\ Hz$

7.10 Harmoninen voima: $\bar{F} = -k\bar{x} \Rightarrow F = -kx = -mg$

$\Leftrightarrow k = \frac{mg}{x} = \frac{0,350\ kg \cdot 9,81\ \frac{m}{s^2}}{0,14\ m} = 24,525\ \frac{N}{m}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,350\ kg}{24,525\ \frac{N}{m}}} \approx 0,750601\ s \approx 0,75\ s$

7.16



$m = 200,0\ g$, $f = 0,90\ Hz$

jaksonaika: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $|()^2$ mol. puol. ≥ 0

$\Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$ $|\cdot \frac{k}{T^2}$

$\Leftrightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,2000\ kg}{\left(\frac{1}{0,90\ \frac{1}{s}}\right)^2} \approx 6,39550\ \frac{N}{m}$

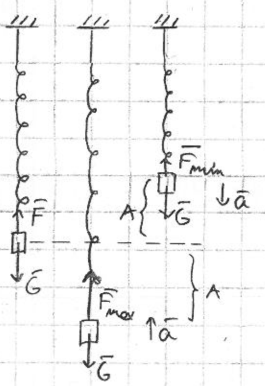
Jousi lyhenee saman verran kuin mitä se oli alun perin venynyt:

$\bar{F} = -k\bar{x} \Rightarrow -G = -mg = -kx$

$\Leftrightarrow x = \frac{mg}{k} = \frac{0,2000\ kg \cdot 9,81\ \frac{m}{s^2}}{6,39550\ \frac{N}{m}} \approx 0,306778\ m \approx 31\ cm$

7.17 Punnus tekee 10 s:ssa 12 värähdystä, joten

$T = \frac{10\ s}{12} \approx 0,833333\ s$



NII: $\Sigma\bar{F} = \bar{F} + \bar{G} = m\bar{a}$, missä $\bar{a}$ on kohti tasapainoasemaa. Siten punnukseen vaikuttava jousivoima $\bar{F}$ vaihtelee jaksollisesti siten että se on suurimmillaan kun punnus on alhaalla ($F_{max} = G + kA$) ja pienimmillään kun punnus on ylhäällä ($F_{min} = G - kA$). Tasapainoasemassa (kuvaajassa keskimääräinen voima):

$F = G = mg \Leftrightarrow m = \frac{F}{g} = \frac{0,50\ N}{9,81\ \frac{m}{s^2}} \approx 0,050968\ kg$

jaksonaika: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $|()^2 \Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}$ $|\cdot\frac{k}{T^2}$

$\Leftrightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,050968\ kg}{(0,833333\ s)^2} \approx 2,89750\ \frac{N}{m} \approx 2,9\ \frac{N}{m}$

8.8 $k = 25\ \frac{N}{m}$

a) $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 25\ \frac{N}{m}\cdot(0,030\ m)^2 = 0,01125\ J \approx 11\ mJ$

b) Tehty työ = potentiaalienergian muutos

$W = \Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$

$= \frac{1}{2}\cdot 25\ \frac{N}{m}((0,060\ m)^2 - (0,030\ m)^2) = 0,03375\ J \approx 34\ mJ$

8.10 $m = 240\ g$, $A = 6,0\ cm$

$T = \frac{12\ s}{4} = 3\ s$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $|()^2 \Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}$ $|\cdot\frac{k}{T^2}$

$\Leftrightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2\cdot 0,24\ kg}{(3\ s)^2} \approx 1,05276\ \frac{N}{m}$

a) Kokonaisenergia voidaan laskea ääriasemasta:

$E_{kok} = E_{pmax} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\cdot 1,05276\ \frac{N}{m}\cdot(0,060\ m)^2 \approx 0,00189496\ J \approx 1,9\ mJ$

b) $E_{pmax} \approx 1,9\ mJ$ (ääriasemassa)

$E_{pmin} = 0\ J$ (tasapainoasemassa)

c) Nopeus on suurin tasapainoasemassa:

$E_{kok} = E_{kmax} = \frac{1}{2}m v_{max}^2$ $|\cdot\frac{2}{m}$ $|\sqrt{}$

$\Leftrightarrow v_{max} = (\pm)\sqrt{\frac{2E_{kok}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,00189496\ J}{0,24\ kg}} \approx 0,125664\ \frac{m}{s} \approx 0,1$

8.11 $k = 12,0\ \frac{N}{m}$, $m = 0,25\ kg$, $A = 6,0\ cm$, $x = 2,0\ cm$

Systeemi on eristetty, joten värähtelijän mekaanisen energia säilyy:

$E_{pmax} = E_p + E_k$

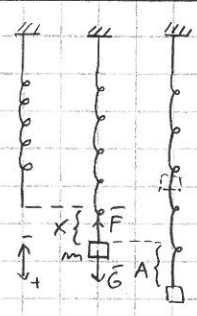
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$ $|\cdot\frac{2}{m}$

$\Leftrightarrow v^2 = \frac{k}{m}A^2 - \frac{k}{m}x^2$ $|\sqrt{}$

$\Leftrightarrow v = (\pm)\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \sqrt{\frac{12,0\ \frac{N}{m}}{0,25\ kg}((0,060\ m)^2 - (0,020\ m)^2)}$

$\approx 0,391918\ \frac{m}{s} \approx 0,39\ \frac{m}{s}$

8.13



$m = 101\ g$, $x = 65\ mm$, $A = 35\ mm$

Harmoninen voima: $\bar{F} = -k\bar{x}$

$\Rightarrow -G = -mg = -kx$

$\Leftrightarrow k = \frac{mg}{x} = \frac{0,101\ kg\cdot 9,81\ \frac{m}{s^2}}{0,065\ m} \approx 15,2432$

Koska systeemi on eristetty, värähtelijän kokonaisenergia säilyy: $E_{pmax} = E_{kmax}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ $|\cdot\frac{2}{m}$ $|\sqrt{}$

$\Leftrightarrow v_{max} = (\pm)\sqrt{\frac{kA^2}{m}} = \sqrt{\frac{15,2432\ \frac{N}{m}\cdot(0,035\ m)^2}{0,101\ kg}} \approx 0,429978\ \frac{m}{s}$

$\approx 0,43\ \frac{m}{s}$

9.5 a) $v = \lambda f$ ei riipu amplitudista $\Rightarrow v$ ei muutu

b) $v_2 = \lambda_2 f_2 = \lambda_1 \cdot 2f_1 = 2\lambda_1 f_1 \Rightarrow v$ 2-kertaistuu

c) $v_2 = \lambda_2 f_2 = \frac{1}{2}\lambda_1 f_1 = \frac{1}{2}v_1 \Rightarrow v$ puolittuu

9.10 a) amplitudi: $A = 10\ cm$

b) aallonpituus: $\lambda = 40\ cm - 0\ cm = 40\ cm$

c) $v = \lambda f \Leftrightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{15\ cm/s}{40\ cm} = 0,375\ \frac{1}{s} \approx 0,38\ Hz$

d) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,375\ \frac{1}{s}} \approx 2,66667\ s \approx 2,7\ s$

9.12 $f = 2,1\ Hz$, $v = 4,2\ \frac{m}{s}$

aaltoliikkeen perusyhtälö: $v = \lambda f$ $|:f$

$\Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{4,2\ \frac{m}{s}}{2,1\ \frac{1}{s}} = 2,0\ m$

9.13 $f = 4,0\ Hz$, $v = 8,0\ \frac{m}{s}$

a) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4,0\ \frac{1}{s}} = 0,25\ s$

b) $v = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{8,0\ \frac{m}{s}}{4,0\ \frac{1}{s}} = 2,0\ m$

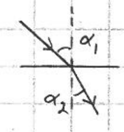
c) ääriasemasta toiseen: $\frac{1}{2}T = \frac{1}{2}\cdot 0,25\ s = 0,125\ s \approx 0,13$

d) $s = vt \Leftrightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{15,0\ m}{8,0\ \frac{m}{s}} = 1,875\ s \approx 1,9\ s$

10.7 a) i) f vakio, ii) v pienenee, iii) λ pienenee

b) i) f −"−, ii) v kasvaa, iii) λ kasvaa

10.10 a)



$\alpha_1 = 58°$, $v_1 = 14\ 100\ \frac{m}{s}$, $v_2 = 7100\ \frac{m}{s}$

Taittumislaki: $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$

$\Leftrightarrow \sin\alpha_2 = \frac{v_2\sin\alpha_1}{v_1} = \frac{7100\ \frac{m}{s}\cdot\sin 58°}{14\ 100\ \frac{m}{s}} \approx 0,42703$

$\Rightarrow \alpha_2 \approx 25,2793° \approx 25°$

b)

Taittumislaki, rajatilanne:

$\frac{\sin\alpha_r}{\underbrace{\sin 90°}_{=1}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{10\ 100\ \frac{m}{s}}{11\ 200\ \frac{m}{s}} \approx 0,901786 \Rightarrow \alpha_r \approx 64,393 \approx 64°$