

3.15

$l = 1,2 \text{ m}$
 $\sum \vec{F} = \vec{G} + \vec{N} = m\vec{a}$
 $\Rightarrow G - N = mg - N = m a_m = m \frac{v^2}{l}$
 Tarvittava rajoitilamelle jonne $N = 0$ (koko on irtosainnalla rinteestä). Tällöin $mg = m \frac{v^2}{l}$
 $(\Rightarrow) v = \pm \sqrt{gl} = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \text{ m}} = 3,43103 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12,317 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 \Rightarrow nopeuden on oltava yli $3,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ eli $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

5.11

$h = 530 \text{ km}; R = 6370 \text{ km}$
 $a) N \text{ II: } \sum \vec{F} = m\vec{a}$
 $\Rightarrow F = \mu \frac{mM}{l^2} = m a_m = m \frac{v^2}{l} = m \frac{(2\pi R/T)^2}{l}$
 $= m \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 l} = m \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cdot \frac{R^2}{l}$
 $(\Rightarrow) T = \pm \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{\mu M}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6370 + 530) \cdot 10^3 \text{ m}^3}{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{kg}^2} \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}}$
 $\approx 5777,95 \text{ s} \approx 1 \text{ h } 36 \text{ min}$
 $a = a_m = \frac{v^2}{l} = \frac{(2\pi R/T)^2}{l} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (6370 + 530) \cdot 10^3 \text{ m}}{(5777,95 \text{ s})^2}$
 $\approx 8,23097 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 8,23 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) Ilmakehän aiheuttamat häiriöt (absoluuttis, viera) ei häiritse arvuudessa.

4.12

$M = 420 \text{ g}; m = 59 \text{ g}; l = 2,0 \text{ m}$
 $N \text{ II: } \sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = \mu \frac{mM}{l^2} = ma$
 $(\Rightarrow) a = \frac{\mu M}{l^2} = \frac{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{kg}^2} \cdot 0,42 \text{ kg}}{(2,0 \text{ m})^2} \approx 7,00799 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 $\approx 7,0 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (kohti jälkeä)

4.13

$g = 3,71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; R = 3390 \text{ km}$
 $N \text{ II: } \sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = \mu \frac{mM}{R^2} = mg \cdot \frac{R^2}{\mu m}$
 $(\Rightarrow) M = \frac{g R^2}{\mu} = \frac{3,71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3390 \cdot 10^3 \text{ m})^2}{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{kg}^2}} \approx 6,3886 \cdot 10^{23} \text{ kg}$
 $\approx 6,39 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

4.17

$R = 6378 \text{ km}$
 $N \text{ II: } \sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = \mu \frac{mM}{R^2} = m \cdot \frac{1}{2} g \cdot \frac{R^2 \cdot 2}{m g}$
 $(\Rightarrow) R^2 = \frac{2\mu M}{g}$
 $(\Rightarrow) R = \pm \sqrt{\frac{2\mu M}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{kg}^2} \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$
 $\approx 9,01603 \cdot 10^6 \text{ m}$
 $\Rightarrow h = R - R \approx 2,63803 \cdot 10^6 \text{ m} \approx 2600 \text{ km}$
 $N \text{ I: } F = \mu \frac{mM}{R^2} = \frac{1}{2} \mu \frac{mM}{R^2} \Rightarrow R^2 = 2R^2 \sqrt{\quad}$
 $(\Rightarrow) R = \pm \sqrt{2} R$

5.6

a) $a_m = \frac{v^2}{l} = \frac{(2\pi R/T)^2}{l} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 l} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$
 $= \frac{4\pi^2 \cdot 149,598 \cdot 10^9 \text{ m}}{(365,2564 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2} \approx 5,93010 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 5,93 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 b) $a_m = \frac{v^2}{l} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 384400 \cdot 10^3 \text{ m}}{(27,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2} \approx 2,72766 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 $\approx 2,73 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

5.8

a) $N \text{ II: } \sum \vec{F} = m\vec{a}$
 $\Rightarrow F = \mu \frac{mM}{l^2} = m a_m = m \frac{v^2}{l} \cdot \frac{l}{m}$
 $(\Rightarrow) v^2 = \frac{\mu M}{l} \sqrt{\quad}$
 $(\Rightarrow) v = \pm \sqrt{\frac{\mu M}{l}} = \sqrt{\frac{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{kg}^2} \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{384400 \cdot 10^3 \text{ m}}}$
 $\approx 1018,46 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,018 \frac{\text{km}}{\text{s}}$
 b) $v = \frac{l}{T}$
 $(\Rightarrow) T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 384400 \cdot 10^3 \text{ m}}{1018,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 2,37148 \cdot 10^6 \text{ s}$
 $\approx 27,4477 \text{ d} \approx 27,45 \text{ d}$

5.9

$l = 9370 \text{ km}; T = 7 \text{ h } 39 \text{ min}$
 $N \text{ II: } \sum \vec{F} = m\vec{a}$
 $\Rightarrow F = \mu \frac{mM}{l^2} = m a_m = m \frac{v^2}{l} = m \frac{(2\pi R/T)^2}{l}$
 $= m \frac{4\pi^2 R}{T^2}$
 $(\Rightarrow) M = \frac{4\pi^2 R^3}{\mu T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (9370 \cdot 10^3 \text{ m})^3}{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{kg}^2} \cdot ((7 \cdot 39) \cdot 60 \text{ s})^2} \approx 6,41573 \cdot 10^{23} \text{ kg}$
 $\approx 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$
 b) maal: $M(\text{Maan}) = 0,107 M(\text{maa}) = 6,39010 \cdot 10^{23} \text{ kg} \Rightarrow \text{Maas}$

6.10

$F_1 = 5,0 \text{ N}; x = 2,0 \text{ cm}$
 Harmoninen voima: $\vec{F} = -k\vec{x}$
 $\Rightarrow -F_1 = -kx$
 $(\Rightarrow) k = \frac{F_1}{x} = \frac{5,0 \text{ N}}{0,020 \text{ m}} = 250 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 a) $F_1 = 15,0 \text{ N}$
 $\Rightarrow x = \frac{F_1}{k} = \frac{15,0 \text{ N}}{250 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,060 \text{ m} = 6,0 \text{ cm}$
 b) $F_1 = 22,0 \text{ N} \Rightarrow x = \frac{F_1}{k} = \frac{22,0 \text{ N}}{250 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,088 \text{ m} = 8,8 \text{ cm}$

6.13

a) i) Järjestelmä on löysempi kuin alkuperäinen jousi koska molemmat jouset venyvät.
 ii) Samalle venyttävälle voimalla saadaan 2-kertainen venymä, joten jousiväki on puolet alkuperäisen jousen jousiväkistä ($k = \frac{F}{x}$)
 b) i) Järjestelmä on jäykempi kuin alkuperäinen jousi koska venyttävä voima jakautuu molemmille jousille puoliksi.
 ii) Samalle venyttävälle voimalla saadaan puolet alkuperäisen jousen venymästä, joten jousiväki on 2-kertainen alkuperäiseen jousen verrattuna.

6.17

a) $x = 0,00 \text{ m}$
 $\sum \vec{F} = \vec{G} + \vec{N} = 0$
 $\Rightarrow a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 b) Kun vaurio päätetään irti, voima $F_1 = -1,7 \text{ N}$ laittaa. Tällöin kappaleeseen vaikuttaa jousen palauttava voima $F = -F_1 = 1,7 \text{ N}$ ja kappaleen kiihtyvyys: $a = \frac{F}{m} = \frac{1,7 \text{ N}}{0,76 \text{ kg}} \approx 2,23684 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 2,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (kohti tasapainoasema)
 c) Harmoninen voima: $\vec{F} = -k\vec{x}$
 $\Rightarrow k = -\frac{F}{x} = -\frac{1,7 \text{ N}}{-0,15 \text{ m}} = 11,3333 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 $F = -kx_2 = ma$
 $(\Rightarrow) a = \frac{-kx_2}{m} = \frac{-11,3333 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,12 \text{ m}}{0,76 \text{ kg}} \approx -1,78547 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 $\approx -1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (kohti tasapainoasema)