FY5 Jaksollinen liike ja aallot

1.6 $M = 130\,Nm$, $r = 24\,cm$

$M = Fr \Leftrightarrow F = \frac{M}{r} = \frac{130\,Nm}{0{,}24\,m} = 541{,}667\,N \approx \underline{540\,N}$

1.12 $F_1 = 4{,}0\,N$; $F_2 = 6{,}0\,N$; $r = 11{,}0\,cm$

a) $M_1 = F_1 r = 4{,}0\,N \cdot 0{,}110\,m = \underline{0{,}44\,Nm}$

b) $M = F_1 r + F_{2y} \cdot 2r = F_1 r + F_2 \sin\alpha \cdot 2r$

i) $\alpha = 90°$: $M = 1{,}76\,Nm \approx \underline{1{,}8\,Nm}$

$\alpha = 50°$: $M \approx 1{,}45118\,Nm \approx \underline{1{,}5\,Nm}$

1.13 $m_1 = 15{,}0\,kg$; $m = 62\,kg$; $l = 2{,}0\,m$

$\sum M = G \cdot l + G_1 \cdot \frac{l}{2} = mg \cdot l + m_1 g \cdot \frac{l}{2}$

$= 2{,}0\,m \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\,(62\,kg + \frac{1}{2} \cdot 15{,}0\,kg) \approx 1363{,}59\,Nm \approx \underline{1400\,Nm}$

2.8 a) $F_2 = 53\,N$; $r_1 = 0{,}80\,m$; $r_2 = 1{,}20\,m$

Lapio on tasapainossa:

$\sum M_A = F_2 r_2 - F_1 r_1 + F_3 \cdot 0 = 0$

$\Leftrightarrow F_1 = \frac{F_2 r_2}{r_1} = \frac{53\,N \cdot 1{,}20\,m}{0{,}80\,m} = 79{,}5\,N \approx \underline{80\,N}$

b) $F_2 = 430\,N$; $r_1 = 1{,}20\,m$; $r_2 = 0{,}47\,m$

Kolttasäryt ovat tasapainossa:

$\sum M_A = F_2 r_2 - F_1 r_1 + F_3 \cdot 0 = 0$

$\Leftrightarrow F_1 = \frac{F_2 r_2}{r_1} = \frac{430\,N \cdot 0{,}47\,m}{1{,}20\,m}$

$\approx 168{,}417\,N \approx \underline{170\,N}$

c) $F_2 = 350\,N$; $r_1 = 1{,}80\,m$; $r_2 = 0{,}35\,m$

Kanki on tasapainossa:

$\sum M_A = F_1 r_1 - F_2 r_2 + F_3 \cdot 0 = 0$

$\Leftrightarrow F_1 = \frac{F_2 r_2}{r_1} = \frac{350\,N \cdot 0{,}35\,m}{1{,}80\,m} \approx 68{,}0556\,N$

$\approx \underline{68\,N}$

d) F_1 on sitä pienempi, mitä pienempi on r_2 ja mitä isompi on r_1. Siksi kanki pitää olla pitkä ($\approx r_1$) ja tukipiste laitetaan lähelle kiinnitettävää kiveä ($\approx r_2$).

2.11 $m_1 = 215\,g$ $\quad m_2 = 420\,g$

$a = 35\,cm$ $\quad r = 1{,}4\,m$

Vaaka on tasapainossa:

$\sum M_A = F_2 \cdot a - G \cdot r + F_1 \cdot 0 = 0$

$\Leftrightarrow F_2 = \frac{Gr}{a} = \frac{mgr}{a}$

1° $F_2 = \frac{m_1 g r}{a} = \frac{0{,}215\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}4\,m}{0{,}35\,m} = 8{,}4366\,N$

2° $F_2 = \frac{m_2 g r}{a} = \frac{0{,}42\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}4\,m}{0{,}35\,m} = 16{,}4808\,N$

Voimien ero: $16{,}4808\,N - 8{,}4366\,N = 8{,}0442\,N$

Painojen ero: $G_2 - G_1 = m_2 g - m_1 g = 2{,}01105\,N$ } $\Rightarrow$ sama

2.15 $m_2 = 570\,kg$ $\quad m_1 = 65\,kg$

$r_1 = 1{,}4\,m$ $\quad r_2 = 1{,}1\,m$

Koko alusta (ilman proxonetta) peräsäärry on tasapainossa, on peräsäärryn painopiste reunaiden kohdalla.

a) Peräsäärry on tasapainossa:

$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{G}_1 + \vec{G}_2 = \vec{0} & (1) \\ \sum M_A = G_1 \cdot r_2 - N_1 \cdot (r_1 + r_2) = 0 & (2) \end{cases}$

(2): $N_1 = \frac{G_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{m_1 g r_2}{r_1 + r_2} = \frac{65\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}1\,m}{1{,}4\,m + 1{,}1\,m}$

$= 280{,}566\,N \approx \underline{280\,N}$ (ylöspäin)

b) (1): $N_1 + N_2 - G_1 - G_2 = 0$

$\Leftrightarrow N_2 = G_1 + G_2 - N_1 = m_1 g + m_2 g - N_1$

$= (65\,kg + 570\,kg) \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} - 280{,}566\,N$

$= 5948{,}784\,N \approx \underline{5{,}9\,kN}$ (ylöspäin)

c) Peräsäärry on ilman proxonetta tasapainossa jolloin $N_1 = 0$. Jos proxone asetetaan pyörien taakse, terveitään aisaan reaktiovoimasta tukivoima $\vec{N}_1$ alaspäin. Tällöin aisa nostaa reaktiovoimana ylöspäin (N III) ja painaa auton takapyöriä kovemmin. Tämä vähentää takapyörien vaikuttavaa painoa.

3.7 ylhäältä: $\vec{v}$, $\vec{F}$, $\vec{a}_m$, r $\quad$ sivulta: $\vec{N}$, $\vec{F}$, $\vec{G}$ $\quad$ $m = 96\,g$, $a_m = 998\,\frac{m}{s^2}$

N II: $\sum \vec{F} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{G} = m\vec{a}$ ($\vec{N} + \vec{G} = \vec{0}$)

$\Rightarrow F = ma_m$

a) $\vec{F}$: langan jännitys

b) $F = m a_m = 0{,}096\,kg \cdot 998\,\frac{m}{s^2} = 95{,}808\,N \approx \underline{96\,N}$

$\vec{F}$ kohti ympyrärataa kohtisuoraan keskipistettä

3.8 $r = 15{,}0\,m$ $\quad v = 5{,}3\,\frac{m}{s}$

a) $a_m = \frac{v^2}{r} = \frac{(5{,}3\,\frac{m}{s})^2}{15{,}0\,m} \approx 1{,}87267\,\frac{m}{s^2} \approx \underline{1{,}9\,\frac{m}{s^2}}$

3.11 ylhäältä: $\vec{v}$, $\vec{F}_\mu$, $\vec{a}_m$, r $\quad$ sivulta: $\vec{N}$, $\vec{F}_\mu$, $\vec{G}$ $\quad$ $v = 17\,\frac{km}{h}$, $r = 45\,m$

N II: $\sum \vec{F} = \vec{N} + \vec{G} + \vec{F}_\mu = m\vec{a}$ ($\vec{N} + \vec{G} = \vec{0}$)

Pottenkelkka ei liu'u $\Rightarrow$ kitka on lepokitkaa. Tarkastellaan rajatilannetta jossa kitka on täysin kehittynyt lepokitka: $F_\mu = F_{\mu max} = \mu_0 N = \mu_0 G$

Siten $F_{\mu max} = \mu_0 mg = m a_m = m\frac{v^2}{r}$ $\quad | : mg$

$\Leftrightarrow \underline{\mu_0} = \frac{v^2}{gr} = \frac{(\frac{17}{3{,}6}\,\frac{m}{s})^2}{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 45\,m} \approx 0{,}050514 \approx \underline{0{,}051}$

3.14 $r = 4{,}1\,m$; $v = 3{,}3\,\frac{m}{s}$; $m = 22\,kg$

N II: $\sum \vec{F} = \vec{G} + \vec{F} = m\vec{a}$

$\begin{cases} \sum F_x = F_x = m\frac{v^2}{r} & (1) \\ \sum F_y = F_y - G = F_y - mg = 0 & (2) \end{cases}$

(1): $F_x = m\frac{v^2}{r} = 22\,kg \cdot \frac{(3{,}3\,\frac{m}{s})^2}{4{,}1\,m} \approx 58{,}4341\,N$

(2): $F_y = mg = 22\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 215{,}82\,N$

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(58{,}4341\,N)^2 + (215{,}82\,N)^2}$

$\approx 223{,}591\,N$

$\tan\alpha = \frac{F_x}{F_y}$ $\Rightarrow \alpha \approx 15{,}1498°$

$\Rightarrow$ köyden jännitys on n. $\underline{220\,N}$ suuntaan $\underline{15°}$ pystysuoresta suunnasta