

15.6  $m_A = 123 \text{ kg}$ ;  $N_A = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $m_K = 107 \text{ kg}$   
 $\vec{F}_A = \vec{F}_B$   
 $(\Rightarrow) m_A N_A = m_K N_K$   
 $(\Rightarrow) N_K = \frac{m_A N_A}{m_K} = \frac{123 \text{ kg} \cdot 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{107 \text{ kg}} \approx 2,29907 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

15.8 a) B kestää kauemmin ( $t_A = 2 \text{ s}$ ,  $t_B = 4 \text{ s}$ )  
 b) A suoraa keltaisella värillä ( $F_A = 6 \text{ N}$ ,  $F_B = 3 \text{ N}$ )  
 c)  $I_A = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ s} \cdot 6 \text{ N} = 6 \text{ Ns}$  (jälite-ala) yhteisurini impulssi  
 $I_B = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ s} \cdot 3 \text{ N} = 6 \text{ Ns}$  (-11-)

15.15 a)  $\vec{F}$  väri  $\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$  väri = se muuttuu lineaarisesti.  
 $\vec{v}_2 = \vec{0}$   
 $\vec{F} \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \vec{v}_1$   
 $N_1 = -15,6 \text{ N}$ ;  $\Delta t = 0,072 \text{ s}$   
 $m = 1300 \text{ kg}$   
 Impulsiyhtälö:  $\vec{I} = \Delta \vec{p}$   
 $\Rightarrow F \Delta t = m N_1 - m N_2 = -m N_2$   
 $(\Rightarrow) F = -\frac{m N_2}{\Delta t} = -\frac{1300 \text{ kg} \cdot (-15,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{0,072 \text{ s}} \approx 2,81667 \cdot 10^5 \text{ N} \approx 280 \text{ kN}$

b)  $m = 75 \text{ kg}$ ;  $\Delta t = 0,115 \text{ s}$ ;  $N_1 = -15,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $F = -\frac{m N_1}{\Delta t} = -\frac{75 \text{ kg} \cdot (-15,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{0,115 \text{ s}} \approx 10173,9 \text{ N} \approx 10 \text{ kN}$

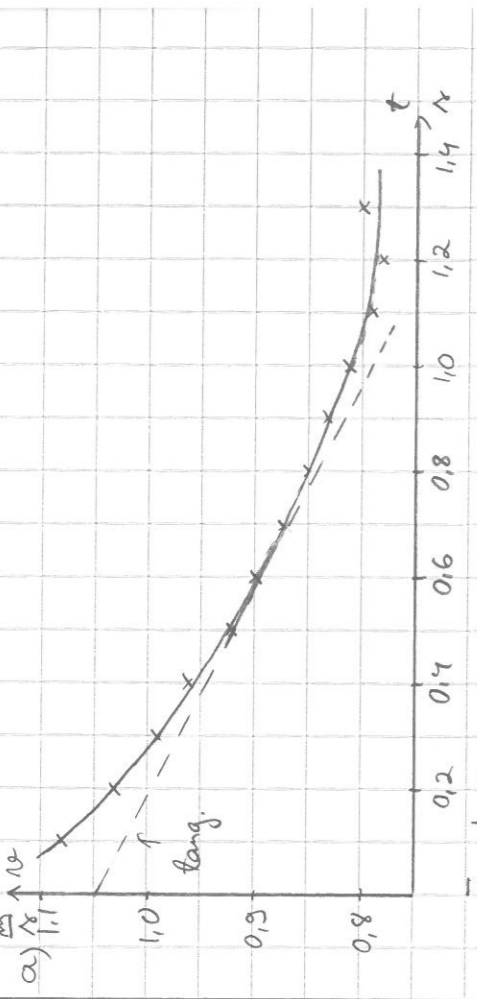
16.5 a) Kaksi ulkoista väriä summa  $\sum \vec{F}_{ulkoiset} = \vec{0}$ , kokonaisliikemäärä säilyy:  
 $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0} \Rightarrow m_1 N_1 - m_2 N_2 = 0$   
 $(\Rightarrow) N_2 = \frac{m_1 N_1}{m_2} = \frac{75 \text{ kg} \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{210 \text{ kg}} \approx 0,535714 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ( $N_2 \uparrow \downarrow N_1$ )

b) Kun tehtiä lojottaa kavelyn, myös saame pysähtyä kyy koska kokonaisliikemäärä on koko ajan nolla.  
 $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$   
 $(\Rightarrow) m_1 N_1 + m_2 N_2 = \frac{940 \text{ kg} \cdot 102 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,6} + 920 \text{ kg} \cdot 85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $(\Rightarrow) N_2 = \frac{m_1 N_1 + m_2 N_2}{m_1 + m_2} = \frac{940 \text{ kg} \cdot 102 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 920 \text{ kg} \cdot 85 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{940 \text{ kg} + 920 \text{ kg}} \approx 93,5914 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (autojen liikemäärä)

b) dike - energia vähenee:  
 $E_{k1} + E_{k2} - E_{k2} = \frac{1}{2} m_1 N_1^2 + \frac{1}{2} m_2 N_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) N^2$   
 $= \frac{1}{2} \cdot 940 \text{ kg} \cdot (\frac{102 \text{ m}}{3,6 \text{ s}})^2 + \frac{1}{2} \cdot 920 \text{ kg} \cdot (\frac{85 \text{ m}}{3,6 \text{ s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot (940 \text{ kg} + 920 \text{ kg}) \cdot (\frac{93,5914 \text{ m}}{3,6 \text{ s}})^2$   
 $= 633748 \text{ J} - 628564 \text{ J} = 5184 \text{ J} \approx 5,2 \text{ kJ}$

16.13  $\vec{N}_B = \vec{0}$   
 $\vec{N}_A \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \vec{M}_B$   
 $\vec{M}_A \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \vec{M}_B$   
 $m_A = 80 \text{ kg}$   
 $N_A = 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $m_B = 320 \text{ kg}$   
 $N_A = -1,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 Törmäyksen liikemäärä säilyy:  
 $m_A N_A + m_B N_B = m_A N_A' + m_B N_B'$   
 $\Rightarrow 80 \text{ kg} \cdot 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 320 \text{ kg} \cdot 0 = 80 \text{ kg} \cdot N_A' + 320 \text{ kg} \cdot N_B'$   
 $\Rightarrow 400 = 80 N_A' + 320 N_B'$   
 $\Rightarrow 5 = N_A' + 4 N_B'$   
 $N_A' = 5 - 4 N_B'$   
 $(\Rightarrow) N_B = \frac{m_A N_A - m_A N_A' - (-1,45 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{m_B} = \frac{80 \text{ kg} (5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - (-1,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}))}{320 \text{ kg}} = 1,625 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 Jätetään törmäyksen jälkeiset liikeseuraukset (vierimisehdot, ilmanvastus) jätetään huomiotta, jolloin mekaaninen energia säilyy:  
 $E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$

$(\Rightarrow) 0 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = m_B g h + 0$   
 $(\Rightarrow) h = \frac{\frac{1}{2} m_B v_B^2}{m_B g} = \frac{\frac{1}{2} (1,6125 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0,132526 \text{ m}$   
 $\Rightarrow$  kasanne noi olla korkeintaan 13cm korkeaa



b)  $\vec{F}_1 \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \vec{v}$   
 $\leftarrow \vec{a} \quad \quad \quad \vec{a}$   
 Ilmanvastus pienene nopeuden pienentyessä. Siten kiittyyden itseisarvo pienene ajan kuluessa eli nopeuden kasvaessa si ole suure.  
 c) Heikkoin kiittyyks  $a = v'(t)$  eli tangentin kulma-kerroin:  
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,96 \text{ s} - 0,8 \text{ s}} \approx -0,260417 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$   
 $F_x = m a = 0,29 \text{ kg} \cdot (-0,260417 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \approx -0,075521 \text{ N}$   
 $\Rightarrow$  ilmanvastus  $\approx 0,08 \text{ N}$  ( $\vec{F}_1 \uparrow \downarrow \vec{v}$ )

K19.  $\vec{N}_2 \uparrow \downarrow \vec{N}_1$   
 $\vec{F}_1 \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \vec{v}_1$   
 $\vec{F}_2 \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \vec{v}_2$   
 $\vec{v}_1 = 89 \text{ km/h}$   
 $m_1 = 1800 \text{ kg}$   
 $\mu = 0,15$   
 $N_0 = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$   
 $F_r = \mu N_1 = \mu G_1 = \mu m_1 g$   
 Mekaaninen energiayhtälö:  $E_{p1} + E_{k1} + W = E_{p2} + E_{k2}$   
 $(\Rightarrow) 0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) N_0^2 - F_r N_0 = 0 + 0$   
 $(\Rightarrow) \frac{1}{2} (m_1 + m_2) N_0^2 - \mu m_1 g N_0 = 0$   
 $(\Rightarrow) N_0 = \frac{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) N_0^2}{\mu m_1 g} = \frac{\frac{1}{2} (89 + 1800) \cdot 1000 \text{ kg} \cdot (\frac{65 \text{ km}}{3,6 \text{ s}})^2}{0,15 \cdot 89000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$   
 $\approx 2351,11 \text{ m} \approx 2,4 \text{ km}$

K26.  $\vec{N}_0 = \vec{0}$   
 $m = 60 \text{ kg}$ ,  $h = 1,0 \text{ m}$   
 jätetään ilmanvastus huomiotta, jolloin mekaaninen energia säilyy:  
 $E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$   
 $(\Rightarrow) mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v^2$   
 $(\Rightarrow) v = \sqrt{2gh} \approx 1,077 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $\vec{N} \Rightarrow \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \vec{0}$   
 daltian kannunmuotoon koldi - sama impulssi = muun lattiaan kolditane impulssi = muun liike -  
 määrän muutos  $I = \Delta p = m \Delta v = 0 = 0,060 \text{ kg} \cdot 4,42945 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $= 0,265767 \text{ Ns} \approx 0,27 \text{ Ns}$  (alargain)

K32.  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_3 \vec{v}_3 + m_4 \vec{v}_4$   
 $m_1 = 51 \text{ kg}$   
 $m_2 = 68 \text{ kg}$   
 $m_3 = 14 \text{ kg}$   
 $m_4 = 28 \text{ kg}$   
 a) Kun Majja kaittee reppua, reppu kolditaa Majjaa (jälite-kojokkin) yhteisurini liikemäärä säilyy:  
 $m_1 N_1 + m_2 N_2 = m_3 N_3 + m_4 N_4$   
 $(\Rightarrow) N_4 = -\frac{m_1 N_1 + m_2 N_2}{m_3 + m_4} \approx -0,295238 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $\Rightarrow m \cdot 0,30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  päinvastaisen suunnan kuin reppu  
 c) Koko liikemäärä säilyy koko ajan, on liikemäärä loppussa 0, eli keipin nopeus on  $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$