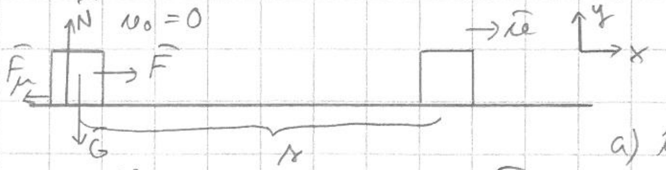
4. 

$m = 5{,}2\,kg$, $\mu_0 = 0{,}35$, $\mu = 0{,}23$

a) Kun laatikko on paikallaan, siihen vaikuttaa työntövoiman $\bar F$ lisäksi lepokitka $F_{\mu 0}$, jonka suurin mahdollinen arvo $F_{\mu 0 max} = \mu_0 N = \mu_0 G = \mu_0 mg = 0{,}35 \cdot 5{,}2\,kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 17{,}8542\,N$
Siten laatikkoa pitää työntää vähintään 18N voimalla jotta se lähtisi liikkeelle.

b) $F = 22N$

N II : $\sum \bar F = m\bar a \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = F - F_\mu = F - \mu N = ma \\ \sum F_y = N - G = N - mg = 0 \Leftrightarrow N = mg \end{cases}$

$\Rightarrow F - \mu mg = ma \quad |:m \quad \Leftrightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{22N - 0{,}23 \cdot 5{,}2\,kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}}{5{,}2\,kg} \approx 1{,}97447 \frac{m}{s^2} \approx \underline{2{,}0 \frac{m}{s^2}}$

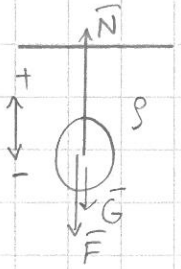
c) $F = 22N$, $s = 3{,}7m$

$\begin{cases} v = \underbrace{v_0}_{=0} + at = at \\ s = \underbrace{v_0 t}_{=0} + \frac12 at^2 = \frac12 at^2 \quad |\cdot \frac{2}{a} \quad |\sqrt{\ } \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \end{cases}$

$\Rightarrow v = at = a\sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{a^2 \cdot \frac{2s}{a}} = \sqrt{2sa} = \sqrt{2 \cdot 3{,}7m \cdot 1{,}97447 \frac{m}{s^2}} \approx 3{,}82244 \frac{m}{s}$
$\approx \underline{3{,}8 \frac{m}{s}}$

TAI: Mekaniikan energiaperiaate: $E_{p1} + E_{k1} + W = E_{p2} + E_{k2}$
$\Leftrightarrow 0 + 0 + Fs - F_\mu s = 0 + \frac12 mv^2$
$\Leftrightarrow (F - \mu mg)s = \frac12 mv^2 \quad |\cdot \frac{2}{m} \quad |\sqrt{\ }$
$\Leftrightarrow v = (\pm)\sqrt{\frac{2(F - \mu mg)s}{m}} = \ldots \approx 3{,}82244 \frac{m}{s} \approx \underline{3{,}8 \frac{m}{s}}$

5. a) V ; lepokitka on riittävä ja vaihtelee välillä $0 \ldots F_{\mu 0 max} = \mu_0 N$
liikekitka $F_\mu = \mu N < F_{\mu 0 max}$
b) % ; $\bar N \perp \bar v \Rightarrow \bar N$ ei tee työtä ($W = Fs\cos\alpha$, $\alpha = \sphericalangle(\bar F, \bar v)$)
c) V ; Impulssiperiaate: $\bar I = \Delta \bar p$
d) V ; $E_k = \frac12 m_1 v_1^2 = \frac12 m_2 v_2^2 \quad |\cdot 2 \quad \Leftrightarrow \overbrace{m_1 v_1}^{p_1} \cdot v_1 = \overbrace{m_2 v_2}^{p_2} \cdot v_2$
$\Rightarrow p_1 = p_2$ vain jos $v_1 = v_2$ (jolloin myös $m_1 = m_2$)
e) V ; N II : $\sum \bar F = m\bar a \Rightarrow \sum \bar F \uparrow\uparrow \bar a$ (voima aiheuttaa kiihtyvyyden eli nopeuden muutoksen)
f) % ; $p_h = \rho g h$ → kun h kasvaa, myös p_h kasvaa

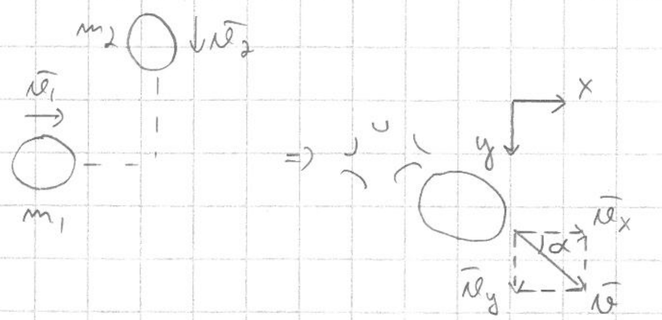
6. 

$m = 73\,g$, $V = 1{,}5\,l$, $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$

Pullo on paikallaan : $\sum \bar F = \bar N + \bar F + \bar G = \bar 0$
$\Rightarrow N - F - G = \rho V g - F - mg = 0$
$\Leftrightarrow F = \rho V g - mg = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} m^3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} - 0{,}073\,kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}$
$\approx 13{,}9989\,N \approx \underline{14N}$ (alaspäin)

Kun päästetään irti on kokonaisvoima ylöspäin $N - mg \approx 13{,}9989\,N$
$\Rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{13{,}9989\,N}{0{,}073\,g} \approx 191{,}765 \frac{m}{s^2} \approx \underline{190 \frac{m}{s^2}}$ ylöspäin

Kun pullo alkaa liikkua ylöspäin, siihen alkaa vaikuttamaan vedenvastus alaspäin joka kasvaa nopeuden kasvaessa. Siten pullon kiihtyvyys alkaa pienentyä. Noustaan pinnalle pullo alkaa kellua jolloin $\sum \bar F = \bar N + \bar G = \bar 0$ ja nopeus ja kiihtyvyys ovat nollia.

7. 

$m_1 = 1700\,kg$, $v_1 = 33 \frac{km}{h}$
$m_2 = 2500\,kg$, $v_2 = 54 \frac{km}{h}$

Törmäyksessä liikemäärä säilyy (ulkoisten voimien summa $= \bar 0$)
$\bar p_1 + \bar p_2 = \bar p$

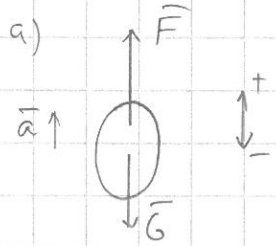
1° x-akseli : $m_1 \underbrace{v_{1x}}_{v_1} + m_2 \underbrace{v_{2x}}_{=0} = (m_1 + m_2) v_x$

$\Leftrightarrow v_x = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{1700\,kg \cdot 33 \frac{km}{h}}{1700\,kg + 2500\,kg} \approx 13{,}3571 \frac{km}{h}$

2° y-akseli : $m_1 \underbrace{v_{1y}}_{=0} + m_2 \underbrace{v_{2y}}_{v_2} = (m_1 + m_2) v_y$

$\Leftrightarrow v_y = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2500\,kg \cdot 54 \frac{km}{h}}{1700\,kg + 2500\,kg} \approx 32{,}1429 \frac{km}{h}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx 34{,}8077 \frac{km}{h} \approx \underline{35 \frac{km}{h}}$; $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow \alpha \approx 67{,}43° \approx \underline{67°}$

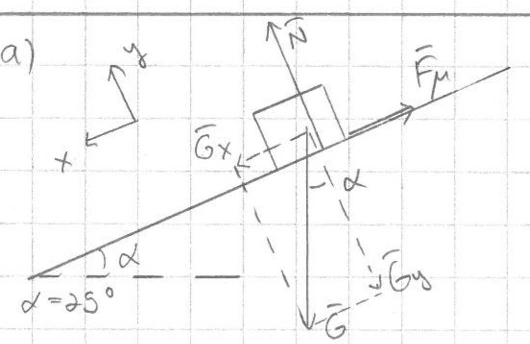
8. a) 

$\bar G$: paino
$\bar F$: vaa'an tukivoima
$F > G$

$m = 5{,}03\,kg$
$m_1 = 5{,}31\,kg$
$t = 11\,s$

b) Vaaka näyttää lukemaa m_1 : $F = m_1 g$
N II : $\sum \bar F = \bar F + \bar G = m\bar a$
$\Rightarrow F - G = m_1 g - mg = ma \quad |:m$
$\Leftrightarrow a = \frac{m_1}{m} g - g = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \left(\frac{5{,}31\,kg}{5{,}03\,kg} - 1\right) \approx 0{,}546083 \frac{m}{s^2}$ (ylöspäin)
$v = \underbrace{v_0}_{=0} + at = at = 0{,}546083 \frac{m}{s^2} \cdot 11\,s = 6{,}00692 \frac{m}{s} \approx \underline{6{,}0 \frac{m}{s}}$

c) Hissi liikkuu vakionopeudella ylöspäin $\Rightarrow \bar a = \bar 0 \Rightarrow \sum \bar F = \bar F + \bar G = \bar 0$
$\Rightarrow F = m_1 g = G = mg \Leftrightarrow m_1 = m = \underline{5{,}03\,kg}$

9. a) 

Tarkastellaan rajatilannetta jossa kivi on levossa mutta lähtemäisillään liikkeelle.
Tällöin kitka $F_\mu = F_{\mu 0} = F_{\mu 0 max} = \mu_0 N$
Kivi on paikallaan $\Rightarrow \sum \bar F = \bar F_{\mu 0} + \bar G + \bar N = \bar 0$
$\Rightarrow$ voimat muodostavat kolmion