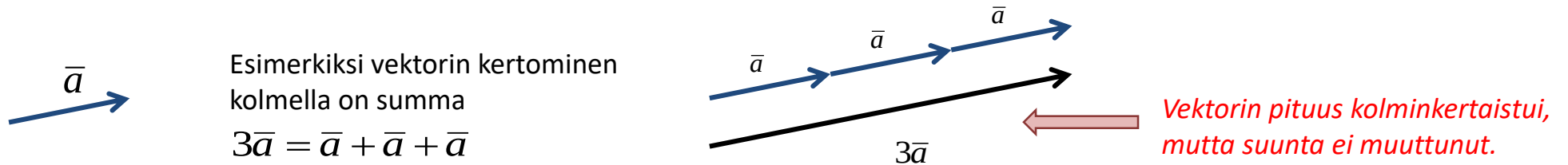
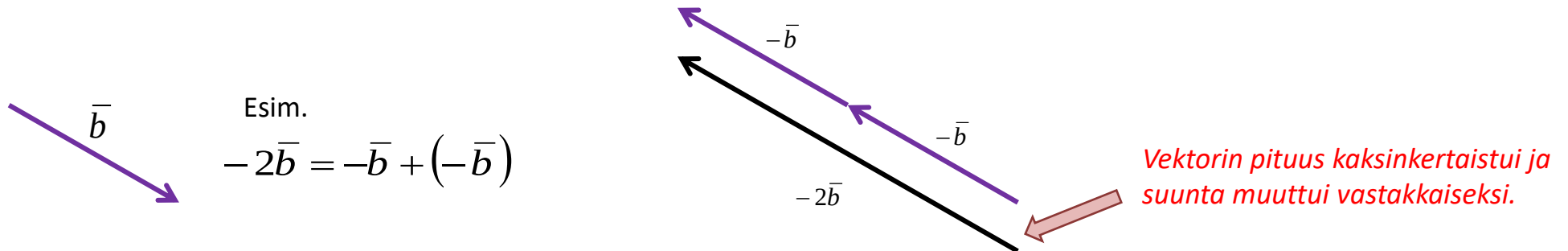


Vektorin kertominen luvulla

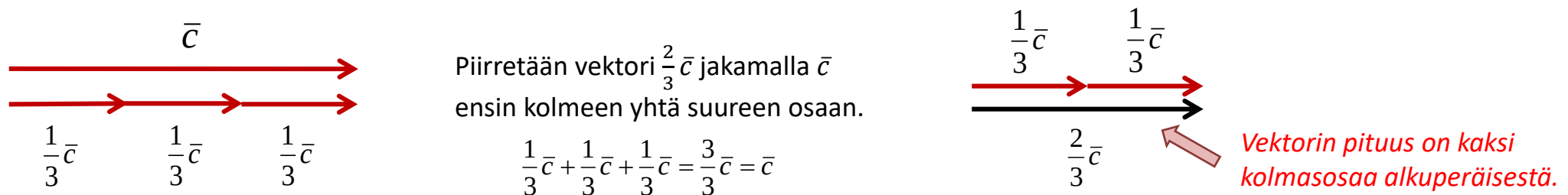
- Kun vektori kerrotaan kokonaisluvulla, niin kertolasku voidaan tulkita summaksi:



- Negatiivisella luvulla kertominen tapahtuu vastavektorin avulla:



- Myös murtoluvulla kertominen voidaan havainnollistaa summan avulla:



- Vektorin kertominen *reaaliluvulla* t määritellään seuraavasti:
 - Kun vektori $\bar{a}$ kerrotaan luvulla t , saadaan vektori $t\bar{a}$.
 - Jos $t = 0$, niin saadaan nollavektori: $t\bar{a} = 0\bar{a} = \bar{0}$
 - Oletetaan nyt, että $t \neq 0$. Tällöin
 1. Vektorit $t\bar{a}$ ja $\bar{a}$ ovat yhdensuuntaisia, $t\bar{a} \parallel \bar{a}$.
 Tarkemmin sanottuna:
 $t\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{a}$, kun $t > 0$ (Vektorit *samansuuntaisia*)
 $t\bar{a} \uparrow\downarrow \bar{a}$, kun $t < 0$ (Vektorit *vastakkaissuuntaisia*)
 2. Vektorin $t\bar{a}$ pituus on vektorin $\bar{a}$ pituus kerrottuna t :n itseisarvolla:

$$|t\bar{a}| = |t||\bar{a}|$$
 - Erityistapauksia:
 $1\bar{a} = \bar{a}$, $-1\bar{a} = -\bar{a}$, $t\bar{0} = \bar{0}$, kaikilla $t \in \mathbb{R}$.
- ”Tavallisia” (reaali)lukuja kutsutaan vektorilaskennassa usein *skalaareiksi*.

Laskulakeja vektorin ja skalaarin tulolle

- Liitântälaki: $r(s\bar{a}) = (rs)\bar{a} = rs\bar{a}$

Esim. $-2\left(-\frac{1}{4}\bar{a}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\bar{a} = \frac{1}{2}\bar{a}$

- Osittelulait:

$$(r + s)\bar{a} = r\bar{a} + s\bar{a} \quad \text{ja} \quad r(\bar{a} + \bar{b}) = r\bar{a} + r\bar{b}$$

Esim.

$$\begin{aligned} -9\bar{a} + 7\bar{a} &= (-9 + 7)\bar{a} = -2\bar{a} & -3(2\bar{a} - 5\bar{b}) &= -3 \cdot (2\bar{a}) - 3 \cdot (-5\bar{b}) \\ & & &= -6\bar{a} + 15\bar{b} \end{aligned}$$

- Vektorilausekkeitä voidaan siis sieventää vastaavaan tapaan kuin polynomilausekkeitakin.

Yhdensuuntaisuusehto

- Jos on olemassa sellainen reaaliluku $t \neq 0$, että

$$\bar{a} = t\bar{b},$$

niin vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ ovat yhdensuuntaisia kertolaskun määritelmän perusteella.

- Myös käänteinen lause pätee:

Jos vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ ovat yhdensuuntaisia, niin on olemassa sellainen reaaliluku t , että $\bar{a} = t\bar{b}$.

$$- t = \frac{|\bar{a}|}{|\bar{b}|} \text{ tai } t = -\frac{|\bar{a}|}{|\bar{b}|}$$

- Tulos voidaan esittää *yhdensuuntaisuusehtona*

$$\bar{a} = t\bar{b} \iff \bar{a} \parallel \bar{b}$$