

A-osa

1. Kopioi toiseen kokeeseen

Sievennä lauseke.

a) $2x - (4x - 1) + 2(x - 2)$

b) $(2x - 5)(x + 3)$

(6 p)

1 Kysymys (16 sanaa)

a)

$$= 2x - 4x + 1 + 2(x - 2) \quad \text{ekat sulkeet poistettu} \quad 1 \text{ p.}$$

$$= 2x - 4x + 1 + 2x - 4 \quad \text{tokat sulkeet poistettu}$$

$$= 4x - 4x - 3 \quad \text{yhdistetty samanmuotoiset} \quad 1 \text{ p.}$$

$$= -3 \quad 4x - 4x = 0 \quad 1 \text{ p.} \quad (3 \text{ p.})$$

b)

$$= 2x \cdot x + 2x \cdot 3 - 5 \cdot x - 5 \cdot 3 \quad 1 \text{ p.}$$

$$= 2x^2 + 6x - 5x - 15 \quad 1 \text{ p.}$$

$$= 2x^2 + x - 15 \quad 1 \text{ p.} \quad (3 \text{ p.})$$

$$= 2x \cdot x - 5 \cdot x + 2x \cdot 3 - 5 \cdot 3 \quad \text{sulut pois}$$

$$= 2x^2 - 5x + 6x - 15 \quad \text{sievennys}$$

$$= 2x^2 + x - 15 \quad \text{yhdistetty samanmuotoiset termit}$$

6 p.

2. □ Kopioi toiseen kokeeseen

Ratkaise yhtälöt

a) $2x - 6 = 5x - 4$ (2 p.)

b) $2x^2 + 2x - 24 = 0$. (4 p.)

(6 p)

a)

$$2x - 5x = -4 + 6$$

$$-3x = 2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

b)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=2, b=2, c=-24$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{4}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{4}$$

$$x = \frac{-2 \pm 14}{4}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 14}{4} \quad \text{tai} \quad x_2 = \frac{-2 - 14}{4}$$

$$x_1 = \frac{12}{4} = 3 \quad \text{tai} \quad x_2 = \frac{-16}{4} = -4$$

TAI

jaetaan puolittain luvulla 2

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-12)}}{2}$$

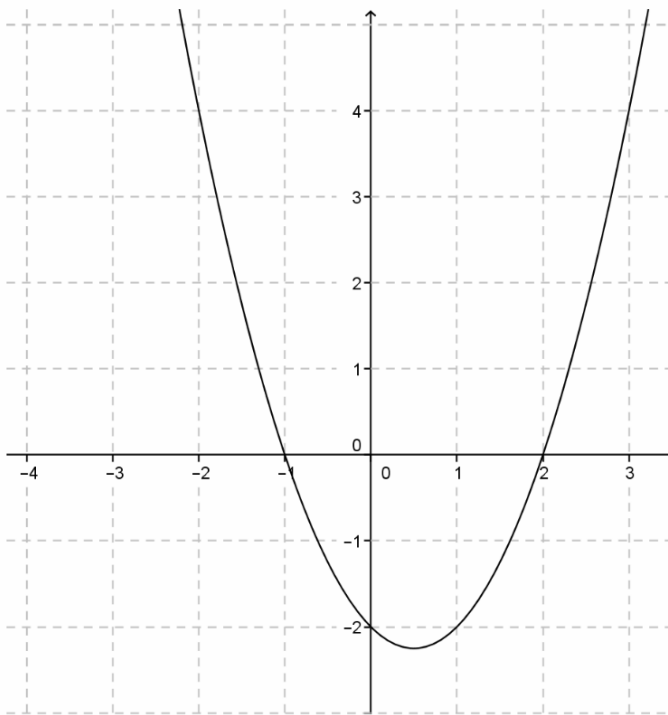
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{tai} \quad x_2 = \frac{-8}{2} = -4$$

3. [Kopioi toiseen kokeeseen](#)

Päättele funktion f kuvaajan avulla vastaukset kysymyksiin tai väitteisiin.



3.1

$f(-2) =$

- 0
- 4
- 4
- 2

3.2

Mikä on yhtälön $f(x) = -2$ ratkaisu?

- $x = 4$ tai $x = 0$
- $x = 0$
- $x = 0$ tai $x = 1$
- Yhtälöllä ei ole ratkaisua.

3.3

Mitkä ovat funktion f nollakohdat?

- $x = -1$ tai $x = 2$
- $x = 0$ tai $x = 1$
- $x = -2$
- Funktiolla ei ole nollakohtia.

3.4

Milloin funktio f saa negatiivisia arvoja?

- $0 < x < 2$
- $-1 < x < 2$
- Funktio ei saa koskaan negatiivisia arvoja.
- $x > 2$ tai $x < -1$

4. Kopioi toiseen kokeeseen

$$f(x) = -x^2 + 5x$$

(8 p)

4.1

$f(-2)$ on tällöin

- 14
- 10
- 6
- 6

4.2

Funktiolla f

- on kaksi nollakohtaa
- ei ole yhtään nollakohtaa
- on yksi nollakohta

4.3

Missä pisteessä funktio f leikkaa y -akselin?

- (5, 0)
- (0, 0)
- (0, -5)
- (0, 5)

4.4

Millä muuttujan x arvoilla $f(x) = -14$?

- $x = 0$ tai $x = 5$
- ei millään muuttujan x arvolla
- $x = -7$
- $x = 2$ tai $x = 5$
- $x = -2$ tai $x = 7$

5 Kysymys

Pisteet 8 / 8

Lukujono 2, 10, 18, ... on **aritmeettinen**, koska jonon peräkkäisten jäsenten **erotus** on vakio. Tämän lukujonon **differenssi** on **8**. Lukujonon yleinen jäsen voidaan sieventää muotoon **$a(n) = 8n - 6$** . Yleisen jäsenen avulla voidaan esimerkiksi määrittää jonon mikä tahansa jäsen. Jonon 35. jäsen on siis **274**. Yleisen jäsenen avulla voidaan myös määrittää, kuinka mones jäsen jokin luku lukujonossa. Esimerkiksi luku 898 on mainitun lukujonon **113.** jäsen. Kun lasketaan yhteen tämän jonon jäseniä, muodostuu summa, joka voidaan laskea helposti summakaavan avulla. Esimerkiksi jonon 40 ensimmäisen jäsenen summa on yhteensä **6320**.

6. Kopioi toiseen kokeeseen

Sofia matkustaa 30 päiväksi Barcelonaan. Hän ostaa lentoliput Helsingistä Barcelonaan ja takaisin hintaan 140 €. Sofia majoittuu Barcelonassa osaksi aikaa perhemajoitukseen ja osaksi aikaa hotelliin. Perhemajoitus maksaa 20€/yö ja hotelli 40 €/yö.

a) Muodosta ja sievennä lauseke $H(x)$, joka kuvaa matkan kokonaiskustannuksia, kun hotellissa yövytään x yötä. (4 p)

b) Laske lausekkeen avulla kokonaiskustannukset, kun hotellissa yövytään 14 yötä. (2 p)

c) Kuinka monta yötä Sofia oli hotellissa, kun matkan kokonaiskustannukset olivat 960 €? (4 p)

(10 p)

a) Kun hotellissa yövytään x yötä, niin perhemajoituksessa yövytään $30 - x$ yötä. Kun x on hotellööiden määrä, Matkan kokonaiskustannuksia (€) kuvaa lauseke 1 p.

$$H(x) = 140 + 20 \cdot (30 - x) + 40x = 20x + 740.$$

2 + 1 p. (4 p.)

b) $H(14) = 20 \cdot 14 + 740 = 1020$ (€)

1 + 1 p. (2 p.)

c) Merkitään kokonaiskustannukset $H(x)$ yhtä suureksi kuin 960 € ja ratkaistaan yhtälö.

$$H(x) = 960$$

+ 1 p.

$$20x + 740 = 960$$

+ 1 p.

$$x = 11 \text{ (yötä)}$$

+ 2 p.

(4 p.)

Hotellissa yövyttiin 11 yötä.

10 p.

7. Kopioi toiseen kokeeseen

Geometrisen jonon kolme ensimmäistä jäsentä ovat 2, 10 ja 50.

a) Määritä jonon yleinen jäsen. (2 p)

b) Määritä jonon 10. jäsen. (2 p)

c) Laske jonon 10 ensimmäisen jäsenen summa. (3 p)

d) Kuinka monta jäsentä jonon alusta on laskettava yhteen, jotta summa ylittäisi 10 miljoonaa? (3 p)

(10 p)

a) Lukujonon kahden peräkkäisen luvun suhde on $q = \frac{10}{2} = 5$.

Yleinen jäsen on tällöin $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 5^{n-1}$.

b) Jonon 10. jäsen on $a_{10} = 2 \cdot 5^{10-1} = 3906250$.

c) Lasketaan 10 ensimmäisen jäsenen summa summakaavalla.

$$S_{10} = 2 \cdot \frac{1-5^{10}}{1-5} = 4882812$$

d) Merkitään summa S_n yhtä suureksi kuin 10 000 000 ja ratkaistaan järjestysluku n .

$$S_n = 10000000$$

$$2 \cdot \frac{1-5^n}{1-5} = 10000000$$

$$n = 10,44\dots$$

$$\text{Kun } n = 10, \text{ on } S_{10} = 2 \cdot \frac{1-5^{10}}{1-5} = 4882812 < 10000000.$$

$$\text{Kun } n = 11, \text{ on } S_{11} = 2 \cdot \frac{1-5^{11}}{1-5} = 24414062 > 10000000.$$

Joten jäseniä on laskettava alusta 11 kappaletta yhteen, jotta summa ylittäisi 10 miljoonaa.

Vastaus a) $a_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ b) 3 906 250

 c) 4 882 812 d) 11. jäsentä

8. Kopioi toiseen kokeeseen

Suorakulmion muotoisen alueen piiri on 72. Merkitään suorakulmion kannan pituutta kirjaimella x .

a) Muodosta lauseke, joka esittää suorakulmion korkeutta. (2 p)

b) Muodosta funktio A , joka esittää suorakulmion pinta-alaa, kun kannan pituus on x . (3 p)

c) Mainitun suorakulmion suurin mahdollinen pinta-ala on 324. Mitkä ovat tällöin suorakulmion mitat. Muodosta tilanteeseen sopiva yhtälö ja ratkaise se. (5 p)

(10 p)

a) Suorakulmion piiri on 72, joten erisuuntaisten sivujen summa on $72 : 2 = 36$.

Kun kannan pituus on x , niin korkeutta esittää lauseke $36 - x$.

b) Suorakulmion pinta-ala on kannan ja korkeuden tulo, joten pinta-alaa kuvaa funktio

$$A(x) = x \cdot (36 - x) = 36x - x^2.$$

c) Merkitään pinta-alan funktio $A(x)$ yhtä suureksi kuin 324 ja ratkaistaan yhtälö.

$$A(x) = 324$$

$$36x - x^2 = 324$$

$$x = 18$$

Suorakulmion kanta on siis 18 ja korkeus $36 - 18 = 18$. Suorakulmio on siis neliö.

Vastaus a) $36 - x$

b) $A(x) = 36x - x^2$

c) kanta 18 ja korkeus 18

9. Kopioi toiseen kokeeseen

Toisen asteen polynomifunktiossa $f(x) = ax^2 + (2-a)x - 14$ esiintyy parametri a .

a) Määritä funktion nollakohdat, jos $a = 2$. (3 p)

b) Määritä parametri a , kun $f(5) = 56$. (3 p)

c) Määritä parametri a , kun funktion f kuvaaja kulkee pisteen $(-10, 296)$ kautta. (4 p)

(10 p)

a) Jos $a = 2$, on funktio $f(x) = 2x^2 + (2-2)x - 14 = 2x^2 - 14$. Määritetään funktion $f(x)$ nollakohdat.

$$f(x) = 0$$

$$2x^2 - 14 = 0$$

$$x = -\sqrt{7} \text{ tai } x = \sqrt{7}$$

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan parametri a .

$$f(5) = 56$$

$$a \cdot 5^2 + (2-a)5 - 14 = 56$$

$$25a + 10 - 5a - 14 = 56$$

$$20a = 60$$

$$a = 3$$

c) Kun funktion kuvaaja kulkee pisteen $(-10, 296)$, niin tiedetään, että $f(-10) = 296$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan parametri a .

$$f(-10) = 296$$

$$a \cdot (-10)^2 + (2-a) \cdot (-10) - 14 = 296$$

$$100a - 20 + 10a - 14 = 296$$

$$110a = 330$$

$$a = 3$$

Vastaus a) $x = -\sqrt{7}$ tai $x = \sqrt{7}$

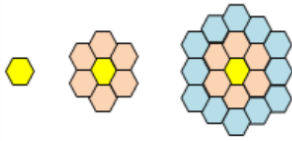
b) $a = 3$

c) $a = 3$

10. □ Kopioi toiseen kokeeseen

Hunajakennosto muodostuu toisissaan kiinni olevista kuusikulmioista. Kennossa jokaista kuusikulmiota ympäröi kuusi muuta kuusikulmiota.

Kuusikulmiot muodostat renkaita (x) alla olevan kuvan mukaisesti.



Ensimmäinen kuva on yhden renkaan kennosto, toinen kuva kahden renkaan ja kolmas kuva kolmen renkaan kennosto.

Kuusikulmioiden määrä hunajakennossa f riippuu renkaidenmäärästä x seuraavasti:

$$f(x) = 3x^2 - 3x + 1$$

a) Kuinka monta kuusikulmiota on hunajakennossa, jossa on 10 rengasta? (4 p)

b) Pesän kuusikulmioiden määräksi laskettiin 919. Kuinka monen renkaan kennosto pesässä oli? (6 p)

(10 p)

a) Kuusikulmioiden määrä, kun renkaita on 10, on

$$f(10) = 3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10 + 1 = 271.$$

b) Merkitään funktio $f(x)$ yhtä suureksi kuin 919 ja ratkaistaan yhtälö.

$$f(x) = 919$$

$$3x^2 - 3x + 1 = 919$$

$$x = -17 \text{ tai } x = 18$$

Renkaiden määrä on positiivinen, joten kyseessä oli 18 renkaan kennosto.

Vastaus a) 271 kuusikulmiota

 b) 18 renkaan kennosto