



Sallitut apuvälineet: laskin ja MAOL-taulukko.

Vastaa **kaikkiin** kysymyksiin **1-7**. Viimeisestä + tehtävästä voit saada kaksi lisäpistettä.

1. Osoita, että lause $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ on tautologia.
2. Määritä yhtälöille jokin ratkaisu.
 - a) $112x + 73y = 5$
 - b) $15 \equiv x \pmod{4}$
3. Opettaja tarjoaa lukiolaisille karkkia, jäätelöä ja limpparia. Onko mahdollista toteuttaa jokainen näistä kolmen oppilaan toiveista?

Paavo toivoo: En halua, että Elina saa jäätelöä, enkä halua, että Markus saa limpparia!
Elina toivoo: En halua, että Markus saa limpparia ja jos minä saan jäätelöä niin sitten Paavo ei saa saada karkkia!
Markus toivoo: En halua, että Elina saa jäätelöä ja haluan, että Paavo saa karkkia!
4.
 - a) Mikä on jakojäännös, kun luku 2^{345} jaetaan luvulla 5? Kirjaa välivaiheet näkyviin, laskinratkaisu on 1 pisteen arvoinen.
 - b) Määritä $\text{sy}(221, 357)$ ja $\text{pym}(221, 357)$. Kirjaa välivaiheet näkyviin, laskinratkaisu on 1 pisteen arvoinen.
5. Todista
 - a) Parittoman kokonaisluvun neliö on aina pariton.
 - b) jos a on irrationaaliluku, niin myös $\frac{2a-1}{a+1}$ on irrationaaliluku.
6. Pertti osti juhliinsa kahdenlaisia tarjottavia, joiden kappalehinnat olivat 1,15 € ja 1,95 €. Lasku oli yhteensä 166,30 €. Montako kumpaakin hän osti? Selvitä kaikki mahdollisuudet.

KÄÄNNÄ →

7. Tuotteen hinta- ja muut tiedot voidaan tallentaa viivakoodiin.

Numeerisessa muodossa viivakoodi on lukujono $(d_1, d_2, \dots, d_{12})$,

jossa kukin $d_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Viimeinen luku d_{12} on tarkistus-

merkki, joka määräytyy ehdosta:

$$3(d_1 + d_3 + d_5 + d_7 + d_9 + d_{11}) + d_2 + d_4 + d_6 + d_8 + d_{10} + d_{12} \equiv 0 \pmod{10}$$

- a) Tuotteen viivakoodi on $(1, 4, 2, 6, 8, 2, 5, 9, 0, 3, 2, d_{12})$. Mikä on d_{12} ?
- b) Näytä, että viivakoodi $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3)$ on virheellinen.
- c) Määritä **b)**-kohdan oikea koodi, kun tiedetään, että virhe on kolmannessa merkissä.



- +8.
- a) Jos viisi kissaa saa viisi hiirtä kiinni viidessä minuutissa, montako kissaa tarvitaan ottamaan kiinni 100 hiirtä 100 minuutissa?
 - b) Vaatekaapin korissa on 1234567 kappaletta ruskeita ja 7654321 kappaletta mustia sukkaa. Huone on nyt pimeänä. Montako sukkaa on otettava, että saataisiin varmasti kaksi samanväristä sukkaa?