

1.1. B

1.2. Kappale A vaihtaa liikesuuntaa, B liikkuu koko ajan samaan suuntaan

1.3. Kuvasta ei voi päätellä lähtöpaikkaa

1.4. Liikemäärän muutos

1.5. $\text{kg m}^2/\text{s}^2$

2p/kokoa

2.1. 1. Tasainen liike (vakionopeus)

2. Ei liikuta ($v = 0 \text{ m/s}$)

3. Kiihtyvä liike, kiihtyvyys pienenee...

4. Hidastuva liike

5. Tasaisesti kiihtyvä liike

2.2. $s = 360 \text{ km}$ $s_1 = 220 \text{ km}$ $v_1 = 95 \text{ km/h}$ $t_2 = 2 \text{ h } 15 \text{ min} = 2,25 \text{ h}$ Alkumatkaan kuluu aikaa $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = 2,315... \text{ h}$ Koko matkaan kuluu aikaa $t = 2,25 \text{ h} + 2,315 \text{ h} = 4,565... \text{ h}$ Koko matkalla keskinopeus $v_k = \frac{s}{t} = \frac{360 \text{ km}}{4,565... \text{ h}} = 78,84... \text{ km/h}$
 $\approx \underline{\underline{79 \text{ km/h}}}$ 2.3. Alkunopeus $v_0 = 82 \text{ km/h}$ loppunopeus $v = 0 \text{ km/h}$ Nopeus jarrutuksen puolessa välissä $v_1 = 41 \text{ km/h}$ $t_1 = 8,5 \text{ s}$ Kiihtyvyys $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(41 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}) - (82 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{8,5 \text{ s} - 0 \text{ s}} = -1,339... \text{ m/s}^2$ Jarrutusaika $t = 2 \cdot t_1 = 2 \cdot 8,5 \text{ s}$ koska nopeus v_1 on puolet alkunopeudesta ja kiihtyvyys on tasaista.Jarrutus matka $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
 $s = (82 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot 17 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-1,339... \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot (17 \text{ s})^2$
 $= 193,61... \text{ m} \approx \underline{\underline{190 \text{ m}}}$ Huom! Tämän voi ratkaista myös keskinopeuden avulla, jos ymmärtää, että keskinopeus on puolet alkunopeudesta...
 $s = v_k t$

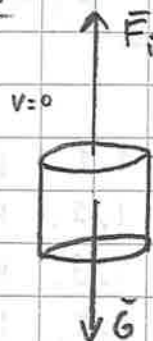
3.1. Punnitustulos kuvaa voimaa, jolla vaakakannattelee metallikappaletta. (1p)

Kappaleen paino G on yhtäsuuri kuin punnitustulos F_i ilmassa, eli

$$G = F_i = 55,0 \text{ N} \quad (1p)$$

Koska $G = mg$, on $m = \frac{G}{g}$ missä putoamis-
kiihtyvyys $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$m = \frac{55,0 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5,606... \text{ kg} \approx \underline{\underline{5,6 \text{ kg}}} \quad (2p)$$



3.2. Nosteroima $N = F_i - F_v$ F_v = punnitustulos vedessä
 $= 55,0 \text{ N} - 34,6 \text{ N}$
 $= 20,4 \text{ N}$

Toisaalta noste $N = \rho_v V g$ (1p)

V = kappaleen tilavuus

ρ_v = veden tiheys $= 1,00 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

$$V = \frac{N}{\rho_v g} = \frac{20,4 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,00 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = 2,079... \text{ dm}^3$$

$$\approx \underline{\underline{2,1 \text{ dm}^3}} \quad (1p)$$

3.3. Kappaleen tiheys $\rho_k = \frac{m}{V} = \frac{5,606... \text{ kg}}{2,079... \text{ dm}^3} = 2,69... \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
 $\approx 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Aine on alumiini (ks. taulukot)

Huom! Kohtien 3.1. ja 3.2. virheet eivät periydy, jos keltävän luonne ei muutu!
 Voit siis saada täydet pisteet väärästä lopputuloksesta huolimatta!!

3.4. Öljyn synnyttämä noste $N = F_i - F_ö = 55,0 \text{ N} - 38,7 \text{ N}$
 $= 16,3 \text{ N}$

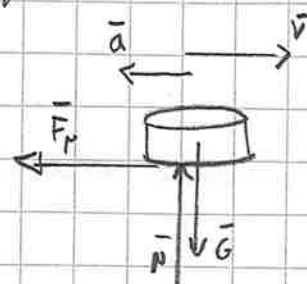
Noste $N = \rho_ö V g$

$$\rho_ö = \frac{N}{V g} = \frac{16,3 \text{ N}}{2,079 \text{ dm}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,799... \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$\approx 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

4.1. $m = 18,25 \text{ kg}$ $v_0 = 4,2 \text{ m/s}$ $t = 23 \text{ s}$ $F_f = ?$

Kitkavoima aiheuttaa kiihtyvyyden
Newtonin toisen lain mukaan $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$



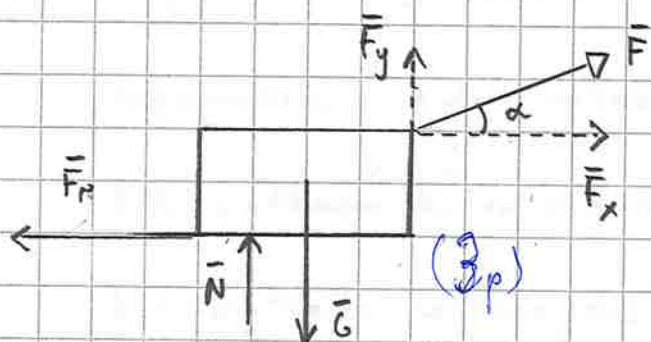
Vaakasuunnassa $\vec{F}_f = m\vec{a}$

$$F_f = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F_f = 18,25 \text{ kg} \cdot \frac{(0 - 4,2 \text{ m/s})}{23 \text{ s}} = -3,33 \dots \text{ N}$$

Liikettä hidastava kitkavoima $F_f \approx 3,3 \text{ N}$ liikkeelle vastakkaiseen suuntaan

4.2. $s = 350 \text{ m}$ $\alpha = 25^\circ$ $F = 18 \text{ N}$ $w = ?$



$\vec{F}$ = narun jännitysvoima

$\vec{G}$ = paino

$\vec{N}$ = pinnan tukivoima

$\vec{F}_f$ = liukukitka

$$\frac{F_x}{F} = \cos \alpha$$

$$F_x = F \cos \alpha$$

(2p)

Työ $w = F_x \cdot s = F \cos \alpha \cdot s = 5709,7 \dots \text{ J} \approx \underline{\underline{5,7 \text{ kJ}}}$

4.3. $m_1 = 940 \text{ kg}$ $v_1 = 102 \text{ km/h}$ $m_2 = 920 \text{ kg}$ $v_2 = 85 \text{ km/h}$

Autot liikkuvat törmäyksen jälkeen kiinni toisissaan nopeudella u
Törmäyksessä liikemäärä säilyy, eli

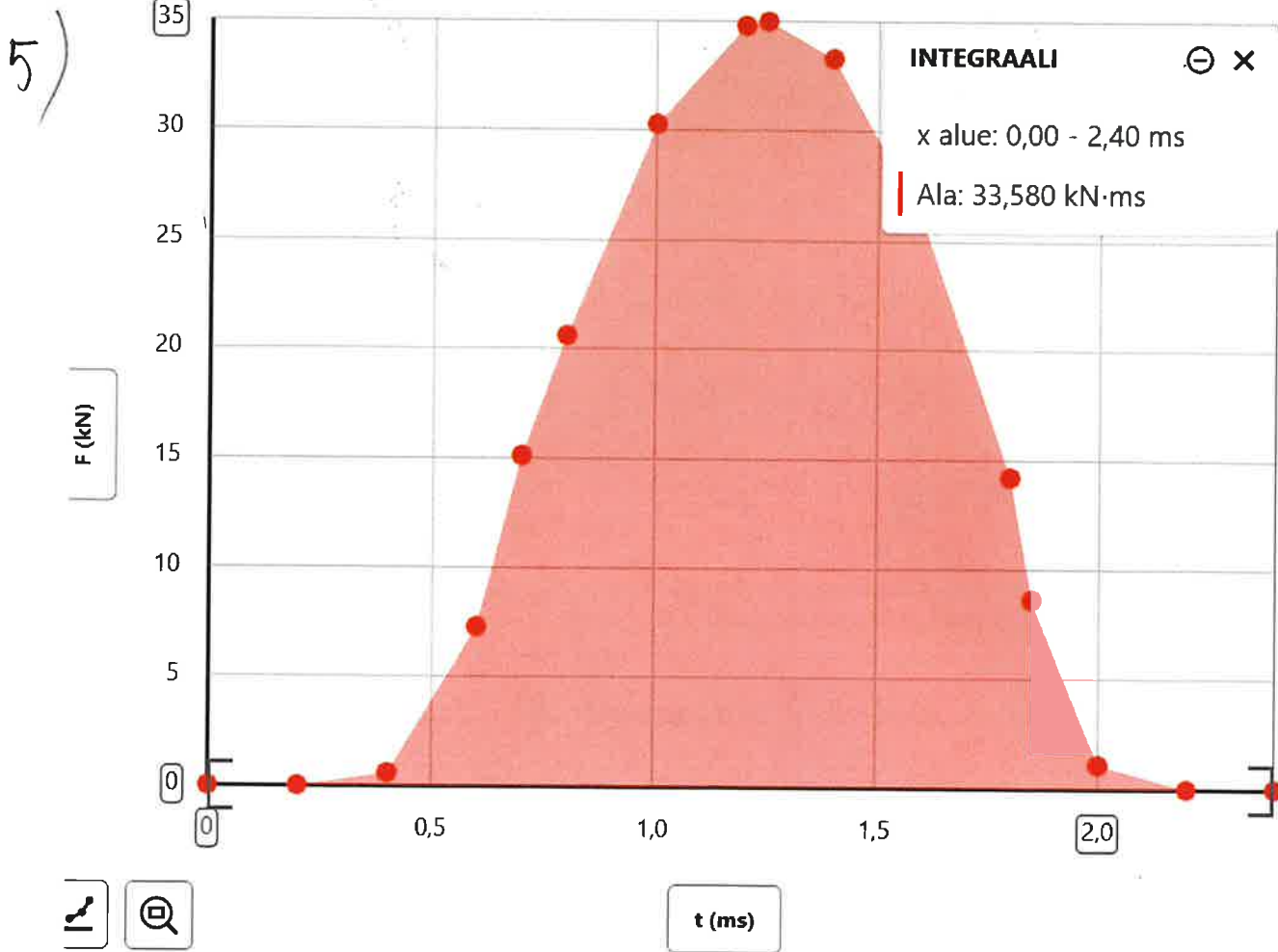
$$\vec{p}_{\text{alussa}} = \vec{p}_{\text{lopussa}}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{940 \text{ kg} (102 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}) + 920 \text{ kg} (85 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{940 \text{ kg} + 920 \text{ kg}}$$

Laskettu energian -
säilymistä $E_k = \text{vakio}$
 $\Rightarrow \text{max. 1p}$

$$= 25,99 \dots \text{ m/s} \approx \underline{\underline{94 \text{ km/h}}}$$



Impulssin suuruus on

$$I \approx 33,58 \text{ Ns} \approx 34 \text{ Ns}$$

PISTEYTYS

- Järkevä sovitte (2 p.)
- Impulssin ja pinta-alan yhteys (1 p.) *ei perustelu!*
- Saatu pinta-ala ja annettu vastaus sopivalla tarkkuudella (2 p.)

(yksittä pöytä / väärin - 1 p.)

5. 3. Laske kappaleen liike-energia lopussa.

RATKAISU

Kappaleen saama impulssi on yhtä suuri kuin kappaleen liikemäärän muutos. Nopeus alussa on 0, joten kappaleen nopeuden muutos on yhtä suuri kuin loppunopeus.

$$I = \Delta p = m \Delta v \Leftrightarrow \Delta v = \frac{I}{m} = \frac{33,58 \text{ Ns}}{0,160 \text{ kg}} \approx 209,875 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Liike-energia lopussa

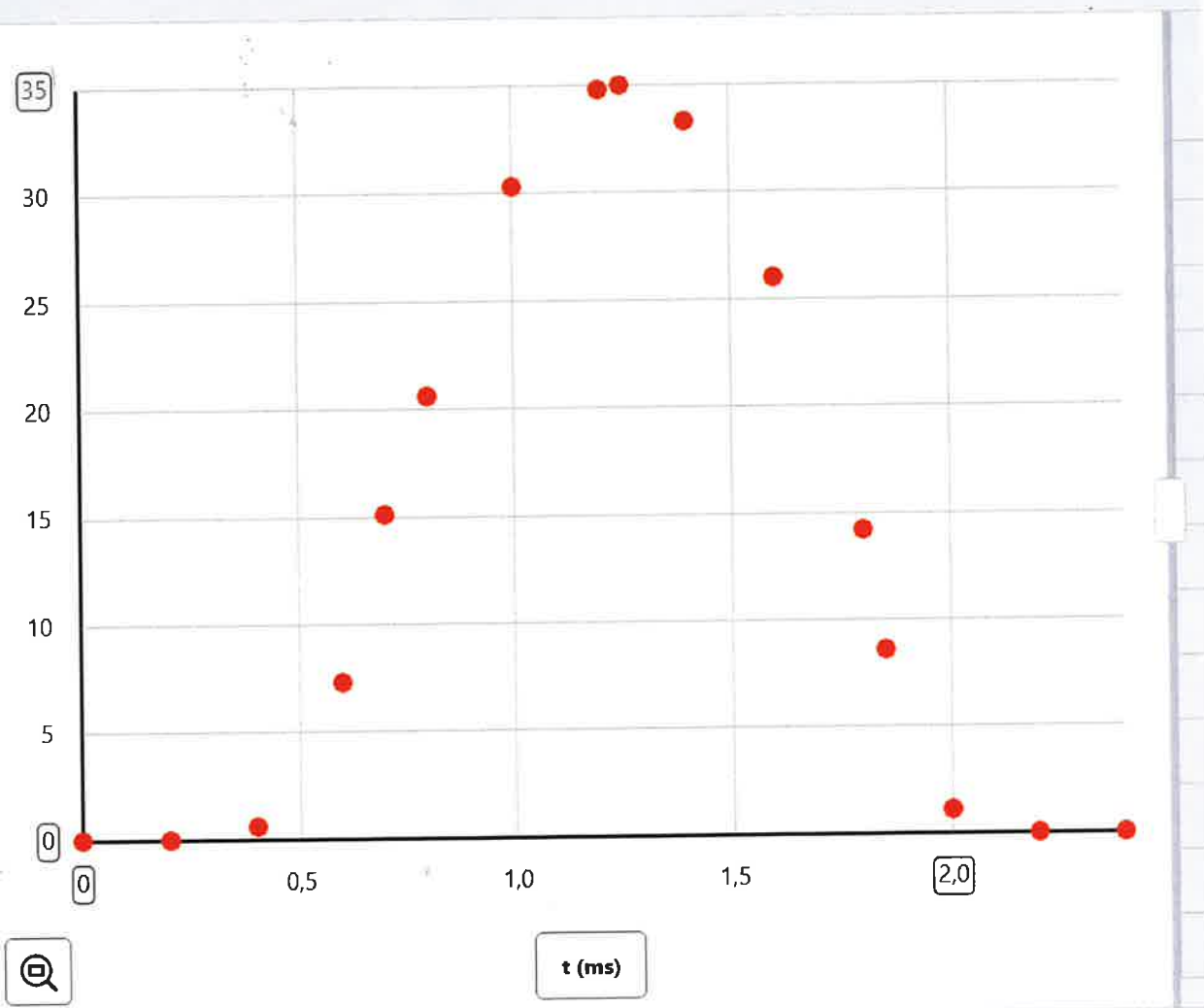
$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,160 \text{ kg} \cdot \left(209,875 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \approx 3500 \text{ J}$$

PISTEYTYS

- Ymmärretty, että impulssi on liikemäärän muutos (2 p.)
- Lauseke nopeudelle (1 p.)
- Saatu nopeus (1 p.)
- Oikea tulos liike-energialle oikealla tarkkuudella (2 p.)

uvaaaja, jossa on voima ajan funktiona. Älä tee sovitetta.

mpulssi.gambl



YS
oikein päin nimettynä (2 p.)
keat) pisteet näkyvissä (1 p.)
täyttävät järkevästi alueen (1 p.)

itä kappaleen saama impulssi.

SU

en saama impulssi on käyrän ja x-akselin väliin jäävä pinta-ala

12.A Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tavoitteena on määrittää, kuinka polkupyörän jarrutusmatka riippuu nopeudesta. Käytössä ovat 30 m mittanauha, sekuntikello ja merkkikartioita.

6.1. Miten tutkimus suoritetaan, jotta jarrutusmatka voidaan määrittää nopeuden funktiona?

RATKAISU

Mitataan mittanauhalla 30 m paikan muutos Δx , jonka pyöräilijä liikkuu tasaisella nopeudella. Mitataan matkaan käytetty aika Δt . Nopeus lasketaan kaavalla: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Merkitään kohta, josta jarrutus aloitetaan. Mitataan mittanauhalla jarrutusmatkan pituus.

PISTEYTYS

- Nopeuden määrittämisen menetelmä (2 p.)
- Jarrutusmatkan mittaus (2 p.)

6.2. Johda yhtälö, jossa jarrutusmatka on esitetty nopeuden funktiona, kun jarrutus tapahtuu ainoastaan kitkan avulla. Oletetaan, että rengas lukkiutuu ja jarrutus tapahtuu ainoastaan liukukitkan vaikutuksesta.

RATKAISU

Pyörällä on liike-energiaa, joka muuntuu jarrutuksessa liukukitkan tekemäksi työksi.

$$E_k - W = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = F_\mu s$$

Vaakasuuuntaisella pinnalla pinnan tukivoima ja paino ovat yhtä suuret. Liukukitkan määritelmä: $F_\mu = \mu N = \mu mg$

$$\text{Energiayhtälö saadaan muotoon: } \frac{1}{2}mv^2 = \mu mgs \Rightarrow s = \frac{v^2}{2\mu g}$$

PISTEYTYS

- Energian muuntuminen ja sen yhtälö (2 p.)
- Kitka painon avulla (2 p.)
- Nopeuden ja jarrutusmatkan välinen riippuvuus (2 p.)

6.3. Piirrä kuvaaja, jossa jarrutusmatka kuivalla asfaltilla on esitetty nopeuden funktiona, kun nopeus on välillä 0 km/h - 20 km/h.

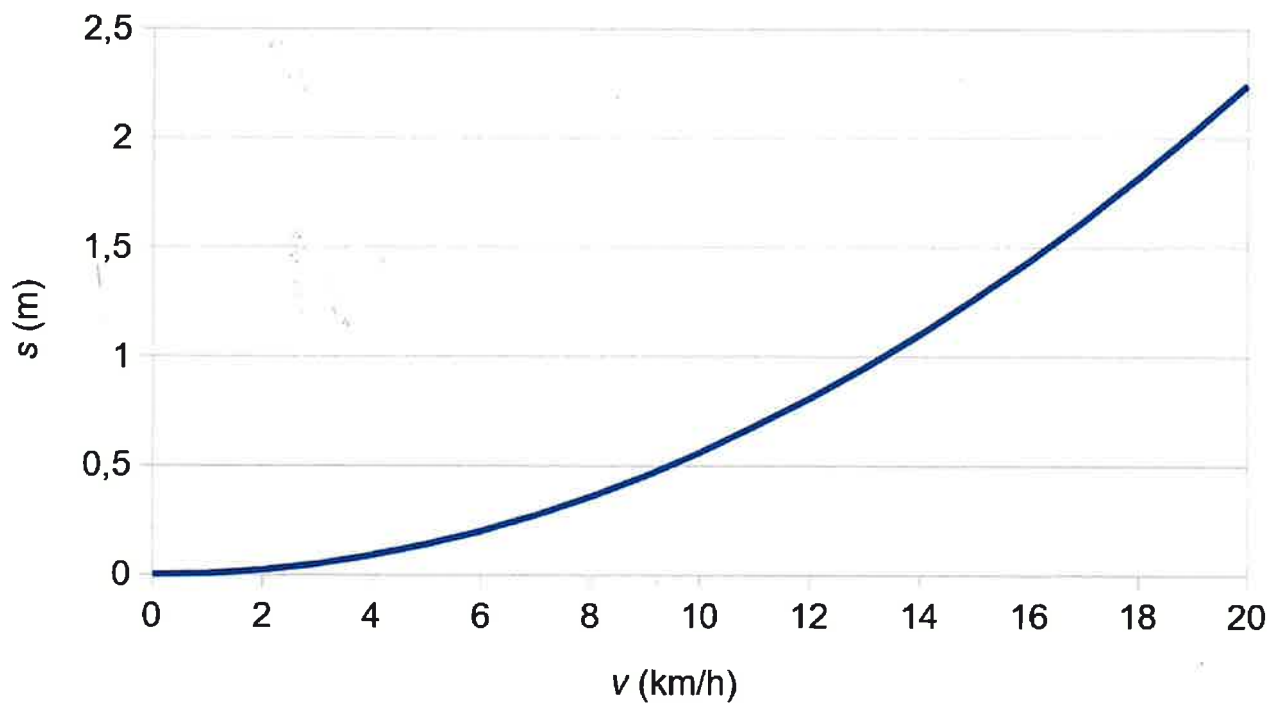
RATKAISU

Piirretään kuvaaja, jossa vaaka-akselilla on nopeus ja pystyakselilla matka. Nopeus lasketaan siirtymän ja siirtymään kuluneen ajan avulla $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Jarrutus tapahtuu kuivalla asfaltilla. Kumin ja kuivan asfaltin välinen liukukitkakerroin μ on taulukkokirjan (MAOL) mukaan 0,7.

Jarrutusmatka lasketaan nopeuden avulla kaavalla $s = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{v^2}{2 \cdot 0,7 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$. Nopeuden arvot välillä 0 km/h - 20 km/h ovat 0 m/s -

5,56 m/s. Lasketaan jarrutusmatka, kun nopeus on yksikössä m/s. Piirretään kuvaaja, jossa nopeus on yksikössä km/h.



PISTEYTYYS

- Jarrutusmatkan laskukaava, jossa tunnettujen suureiden arvot ilmoitettu (2 p.)
- Lasketaan nopeudet käyttäen yksikköä m/s, jolloin jarrutusmatkat ovat välillä 0 m - 2,2 m (2 p.)
- Kuvaaja oikein (2 p.)

4. Mitkä tekijät kokeellisessa tutkimuksessa vaikuttavat siihen, että kokeellisen tutkimuksen kuvaaja poikkeaa edellisen kohdan teoreettisesta mallista?

RATKAISU

Nopeuden määrittäminen ei ole tarkkaa. Nopeuden määrittämisessä etenkin ajanmittaus aiheuttaa epätarkkuutta.

Teoreettisessa kuvaajassa liukukitkakerroin on taulukkokirjasta saatu arvio. Todellinen kitkakerroin riippuu pinnasta ja pyörän renkaasta. Se pitäisi määrittää tapauskohtaisesti. Alustan ja renkaan välinen pinta voi myös vaihdella jarrutuksen aikana.

Jarrutusta tehdään ihmisen toimesta. Jarrutus voidaan aloittaa eri kohdista tai jarrutustekniikka voi vaihdella mittauskertojen välillä.

PISTEYTYYS

- Maininta tekijästä (1 p.) ja selitys poikkeamaan teoreettisesta mallista (1 p.) (2 p. / kohta)