

t. 312, s. 96

Merkitään $\bar{u} = r\bar{a} + s\bar{b} + t\bar{c}$, missä r, s ja t ovat joitakin reaalilukuja.

$$\bar{u} = -\bar{i} + 2\bar{j}$$

$$\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{k}$$

$$\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$$

$$\bar{c} = 3\bar{j} - \bar{k}$$

(Vektorit \bar{a}, \bar{b} ja \bar{c} eivät ole yhdensuuntaisia, joten ne voivat toimia kantavektoreina.)

$$-\bar{i} + 2\bar{j} = r(\bar{i} + 2\bar{k}) + s(\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}) + t(3\bar{j} - \bar{k})$$

$$-\bar{i} + 2\bar{j} = r\bar{i} + 2r\bar{k} + s\bar{i} + s\bar{j} + s\bar{k} + 3t\bar{j} - t\bar{k}$$

$$-\bar{i} + 2\bar{j} = r\bar{i} + s\bar{i} + s\bar{j} + 3t\bar{j} + 2r\bar{k} + s\bar{k} - t\bar{k}$$

$$-\bar{i} + 2\bar{j} = (r + s)\bar{i} + (s + 3t)\bar{j} + (2r + s - t)\bar{k}$$

Komponenttien yksikäsitteisyyden perusteella saadaan yhtälöryhmä:

$$\begin{cases} -1 = r + s \\ 2 = s + 3t \\ 0 = 2r + s - t \end{cases}$$

Ratkaistaan yhtälöryhmä sijoituskeinolla (r ja t esitetään s :n lausekkeina).

$$\begin{cases} r = -s - 1 \\ t = \frac{2 - s}{3} \\ 0 = 2r + s - t \end{cases}$$

Sijoittamalla r :n ja s :n lausekkeet alimpaan yhtälöön saadaan yhtälö:

$$0 = 2(-s - 1) + s - \frac{2 - s}{3}$$

$$0 = 2(-s - 1) + s - \frac{2 - s}{3} \quad | \cdot 3$$

$$0 = 6(-s - 1) + 3s - (2 - s)$$

$$0 = -6s - 6 + 3s - 2 + s$$

$$0 = -2s - 8$$

$$2s = -8$$

$$s = -4 \quad \text{Sijoitetaan:}$$

$$\begin{cases} -1 = r + s \\ 2 = s + 3t \\ 0 = 2r + s - t \end{cases}$$

$$-1 = r - 4$$

$$2 = -4 + 3t$$

$$r = 3$$

$$3t = 6$$

$$t = 2$$

Vastaus: $\bar{u} = 3\bar{a} - 4\bar{b} + 2\bar{c}$

Vektorin \bar{a} suuntainen komponentti on $3\bar{a} = 3(\bar{i} + 2\bar{k}) = 3\bar{i} + 6\bar{k}$.

Huomaa, että GeoGebra tulkitsee merkinnän $a = (1,0,2)$ vektoriksi ja merkinnän $A = (1,0,2)$ pisteeksi.

GeoGebra interface showing vector definitions and a system of equations.

Vektori

- $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- $c = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Equation 1: $u = r \cdot a + s \cdot b + t \cdot c$

Equation 2: $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r+s \\ s+3t \\ 2r+s-t \end{pmatrix}$

Muista kertomerkki kahden kirjaimella merkityn asian (kertoimen ja vektorin) väliin!

Equation 1: $u = r a + s b + t c$

Ratkaise: $\{\{r = 3, s = -4, t = 2\}\}$

