

5. Suurin yhteinen tekijä

Kokonaisluvun tekijät (määritelmä)

Positiivisen kokonaisluvun a tekijöitä ovat ne positiiviset kokonaisluvut, joilla luku a on jaollinen

Suurin yhteinen tekijä (määritelmä)

Positiivisten kokonaislukujen a ja b suurin yhteinen tekijä on suurin positiivinen kokonaisluku, jolla ne molemmat ovat jaollisia.

Lukujen a ja b suurinta yhteistä tekijää merkitään $\text{syt}(a,b)$

Suurin yhteinen tekijä jakoyhtälössä (lause)

Olkoot a ja b positiivisia kokonaislukuja. Oletetaan, että $a = bq + r$, missä q ja r ovat positiivisia kokonaislukuja $0 < r < b$.

Tällöin

$$\text{syt}(a,b) = \text{syt}(b,r)$$

Esim1.

Mikä on lukujen 104 ja 36 suurin yhteinen tekijä

Ratk.

Jaetaan luvut tekijöihin

$$104 = 2 \cdot 52 = 2 \cdot 2 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Kaikki yhteiset tekijät: 2, 2

Suurin yhteinen tekijä: $2 \cdot 2 = 4$

Joten $\text{syt}(104,36) = 4$

TAI

Jakolasku	Jakoyhtälö	Päätelmä
$\frac{104}{36}$	$104 = 36 \cdot 2 + 32$	$\text{syt}(104,36) = \text{syt}(36,32)$
$\frac{36}{32}$	$36 = 32 \cdot 1 + 4$	$\text{syt}(36,32) = \text{syt}(32,4)$
$\frac{32}{4}$	$32 = 4 \cdot 8 + 0$	$\text{syt}(32,4) = 4$

Suurin yhteinen tekijä on viimeinen jakojäännös, joka on nollaa suurempi

Joten

$$\text{sy}t(104,36) = 4$$

Tämä tunnetaan **Eukleideen algoritmina!**

- Eukleideen algoritmissa riittää kirjoittaa vain jakoyhtälöt näkyviin (ei tarvitse jakolaskua tai päätelmää)

Pienin yhteinen monikerta (määritelmä)

Positiivisten kokonaislukujen a ja b pienin yhteinen monikerta on pienin positiivinen kokonaisluku, joka on jaollinen molemmilla luvuilla a ja b .

Merkitään $\text{pym}(a,b)$ tai $\text{pyj}(a,b)$ (Pienin yhteinen jaettava))

Lause

Olkoon $a > 0$ ja $b > 0$

$$\text{pym}(a,b) = \frac{ab}{\text{sy}t(a,b)}$$

Laskimilla:

- $\text{gcd}(6,8)$ (greatest common divisor), löytyy SpeedCrunchista
- $\text{lcm}(6,8)$ (least common multiple), ei löydy SpeedCrunchista

Esim2.

Määritä $\text{pym}(88,200)$

Ratk.

Ratkaistaan $\text{sy}t(88,200)$ Eukleideen algoritmilla

$$200 = 88 \cdot 2 + 24$$

$$88 = 24 \cdot 3 + 16$$

$$24 = 16 \cdot 1 + 8$$

$$16 = 8 \cdot 2 + 0$$

Joten

$$\text{sy}t(88,200) = 8$$

Lasketaan lukujen pienin yhteinen moninkerta

$$pym(88,200) = \frac{88 \cdot 200}{8} = 2200$$

$$v: pym(88,200) = 2200$$

Tehtävät: 2, 3, 6, 16, 18

Aikataulusta:

- 28.10 ja 30.10: Kappaleet 6 ja 7
 - Itsenäisesti: kappaleet 8 ja 9 (Pythonin peruskomennot)
- 4.11, 6.11 ja 11.11: Kappaleet 10-12
 - Kappale 13 for toistorakenne (ei tule kokeeseen)
- 13.11 ja 18.11: Kappaleet 14 ja 15
- 20.11: Kertaus
- 27.11: Koe