

MAA3 (Geometria)

Välitesti 4 - Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta.

Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Laske kappaleen pinta-ala, kun kappale on

- suora ympyräkartiio, jonka pohjan säde on 3,50 cm, korkeus on 6,00 cm ja sivujanen pituus on 6,95 cm,
- kuutio, jonka särmän pituus on 4,2 cm.

Ratkaisu:

- a. Suoran ympyräkartiion pinta-ala saadaan, kun lasketaan summa vaipan pinta-alasta A_v ja pohjan pinta-alasta A_p . **(1 p.)**

$$A_v + A_p = \pi r s + \pi r^2 = \pi \cdot 3,50 \cdot 6,95 + \pi \cdot 3,50^2 = 76,419 \dots + 38,484 \dots \\ = 114,90 \dots \approx 115 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \textbf{(1 p.)}$$

- b. Kuutiossa on kuusi tahkoa, joiden pinta-ala saadaan laskettua särmän pituus $\times$ särmän pituus. **(1 p.)**

Kuution pinta-ala on

$$A_k = 6 \cdot 4,2^2 = 105,84 \approx 110 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \textbf{(1 p.)}$$

2. Laske kappaleen tilavuus, kun kappale on

- lieriö, jonka pohja on tasasivuinen kolmio (sivun pituus on 6,0 cm) ja korkeus 3,7 cm,
- pallo, jonka halkaisija on 2,5 cm.

Ratkaisu:

- a. Lieriön pinta-ala on pohjan pinta-ala $\cdot$ korkeus.

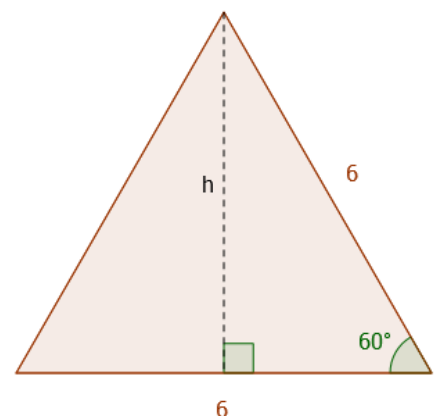
Tasasivuisen kolmion pinta-ala voidaan laskea selvittämällä ensin kolmion korkeus. Korkeuden saa laskettua joko Pythagoraan lauseen avulla tai sinillä tai tangentilla.

$$h^2 + 3^2 = 6^2$$

$$h = \pm \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} (\approx 5,196 \dots) \quad \textbf{(1 p.)}$$

tai

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{3} \text{ ja } h = \tan 60^\circ \cdot 3 (\approx 5,196 \dots)$$



tai

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{6} \text{ ja } h = \sin 60^\circ \cdot 6 \ (\approx 5,196 \dots)$$

$$\text{Kolmion pinta-ala on } A_k = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{27} = 3 \cdot \sqrt{27} \ (\approx 15,588 \dots) \quad (1 \text{ p.})$$

Lieriön tilavuus on

$$V = Ah_l = 3 \cdot \sqrt{27} \cdot 3,7 = 57,677 \dots \approx 58 \text{ (cm}^3\text{)} \quad (1 \text{ p.})$$

b. Pallon tilavuus saadaan kaavalla $V_p = \frac{4}{3}\pi r^3$. Nyt pallon säde on 1,25 cm.

$$V_p = \frac{4}{3}\pi \cdot 1,25^3 = 8,181 \dots \approx 8,2 \text{ (cm}^3\text{)} \quad (1 \text{ p.})$$

3. Jana kulkee pisteestä A pisteeseen H. Kuinka paljon lyhyempi on kulkea janaa AH pitkin, kuin kulkea pisteestä A pisteeseen H särmiön särmiä pitkin? Anna vastaus yhden desimaalin tarkkuudella.

Ratkaisu:

Matka pisteestä A pisteeseen H särmiä pitkin on $5 + 2,2 + 3 = 10,2$ **(1 p.)**

Matka janaa A pitkin saadaan joko suoraan avaruuslävistäjän kaavan avulla, tai kahdesta suorakulmaisesta kolmiosta (pohjatahkoon lävistäjä x , ja sitten avaruuslävistäjä d kolmiosta ADH)

$$d^2 = 3^2 + 5^2 + 2,2^2 \quad (1 \text{ p.})$$

$d = \pm\sqrt{3^2 + 5^2 + 2,2^2} = \pm 6,232 \dots$ Koska kyseessä on pituus, vain positiivinen ratkaisu kelpaa. **(1 p.)**

$$\text{Matkojen erotus on } 10,2 - 6,232 \dots = 3,9678 \dots \approx 4,0 \quad (1 \text{ p.})$$

Vastaus: Matka on 4,0 lyhyempi.

