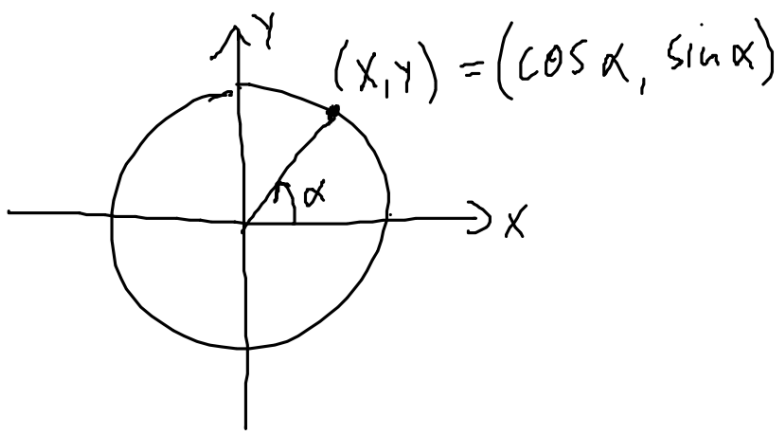


## Sini- ja kosinifunktiot



- $f(x) = \sin x$

- $f(x) = \cos x$

- perusjakso =  $2\pi$

Määr. joukko:  $x = \text{kulma} \in \mathbb{R}$

Arvojoukko:  $[-1, 1]$

eli kuvaaja toistaa itseään  
 $2\pi$ :n mittaisissa pätkissä

→ epäyht. riittävät yhden  
jakson merkit

- kummaltakin jatkuvin  $\Rightarrow$  kaikkialla derivoituvia

Sin- ja Cos- derivaatat

$$\begin{array}{|l} D \sin x = \cos x \\ D \cos x = -\sin x \end{array}$$

MAOL:

$$D g(f(x)) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Esim. a)  $D \sin 2x = \cos 2x \cdot 2 = 2 \cos 2x$

Ei  $\cos 4x$ !

b)  $D \sin x \cdot \cos x$

$$= \cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot (-\sin x)$$

$$= \cos^2 x - \sin^2 x$$

MAOL:

$$D fg = f'g + fg'$$

$$c) \quad D \frac{\sin x}{\cos x}$$

MAOL:

$$D \frac{f}{g} = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$= \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{(\cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

414. a)  $D e^x \sin x = e^x \cdot \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x)$

↑ oikein,  
mutta...

↑  
... parempi muoto  
koska yleensä  
lasketaan deriv.  
nollak.

$$b) \quad D e^{-\cos x} = e^{-\cos x} \cdot \sin x$$

$$\text{ulkof.} = e^x \rightarrow \text{deriv.} = e^x, \text{ sisäf. } -\cos x \rightarrow \text{deriv.} = -(-\sin x)$$

$$c) D \cos 2x + 3 \sin^2 x = D \cos(2x) + 3 D (\sin x)^2$$

$$= -\sin(2x) \cdot 2 + 3 \cdot 2 \sin x \cdot \cos x$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 sisäf. sisäf.  
 deriv. deriv.

MAOL  
 $D f^n = n f^{n-1} \cdot f'$

$$= -2 \sin 2x + \underbrace{6 \sin x \cos x}_{3 \cdot 2 \sin x \cos x}$$

MAOL:

$$2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$= -2 \sin 2x + 3 \sin 2x$$

$$= \underline{\underline{\sin 2x}}$$

423.  $f(x) = 2\sin^2 x - \cos x - 1$  , jaksolla  $2\pi$   
 tutkitaan väliä  $[0, 2\pi]$

$$f'(x) = 2 \cdot 2 \sin x \cdot \cos x - (-\sin x)$$

$$= 4 \sin x \cos x + \sin x = 0$$

$$\sin x (4 \cos x + 1) = 0$$

	0	1,82 $\pi$	$\pi$	2 $\pi$
$f'$	+	-	+	
$f$	↗	↘	↗	
	vas.	oik.	vas.	
		min.		

$$\sin x = 0 = \sin 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{4}$$

$$\cos x = \cos(1,8235)$$

$$x = \underline{\underline{\pm 1,8235 + n2\pi}}$$

$$x = 0 + n2\pi \text{ tai } x = \pi - 0 + n2\pi$$

$$x = \underline{\underline{n2\pi}} \text{ tai } x = \underline{\underline{\pi + n2\pi}}$$

↑  
TURHA!

max

$$f(0) = 2 \cdot \sin^2 0 - \cos 0 - 1 = 2 \cdot 0 - 1 - 1 = -2$$

$$f(1,8235) = 1,125$$

$$f(\pi) = 2 \sin^2 \pi - \cos \pi - 1 = 2 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) - 1 = 0$$

$$f(2\pi) = f(0) = -2$$

$V$ : suurin  $1,125$ , pienin  $-2$

---

S. 62: 412, 416 (1. asteen yht. pari), 418  
420, 422a, 424